TESTE GRILĂ
DE
MATEMATICĂ
2020

A U T O R I

Prof.univ.dr.	Vasile Câmpian	Conf.univ.dr.	Dalia Cîmpean
Prof.univ.dr.	Iuliu Crivei	Conf.univ.dr.	Eugenia Duca
Prof.univ.dr.	Bogdan Gavrea	Conf.univ.dr.	Ovidiu Furdui
Prof.univ.dr.	Ioan Gavrea	Conf.univ.dr.	Adrian Holhoș
Prof.univ.dr.	Dumitru Mircea Ivan	Conf.univ.dr.	Daniela Inoan
Prof.univ.dr.	Nicolaie Lung	Conf.univ.dr.	Adela Carmen Novac
Prof.univ.dr.	Vasile Miheșan	Conf.univ.dr.	Vasile Pop
Prof.univ.dr.	Alexandru Mitrea	Conf.univ.dr.	Teodor Potra
Prof.univ.dr.	Viorica Mureșan	Conf.univ.dr.	Mircea Dan Rus
Prof.univ.dr.	Ioan Radu Peter	Conf.univ.dr.	Silvia Toader
Prof.univ.dr.	Dorian Popa	Conf.univ.dr.	Constantin Cosmin Todea
Prof.univ.dr.	Ioan Rașa	Lect.univ.dr.	Alina-Ramona Baias
Prof.univ.dr.	Daniela Roșca	Lect.univ.dr.	Mihaela Berchesan
Prof.univ.dr.	Alina Sîntămărian	Lect.univ.dr.	Luminița Ioana Cotîrlă
Prof.univ.dr.	Gheorghe Toader	Lect.univ.dr.	Daria Dumitraș
Prof.univ.dr.	Neculae Vornicescu	Lect.univ.dr.	Mircia Gurzău
Conf.univ.dr.	Marius Birou	Lect.univ.dr.	Vasile Ile
Conf.univ.dr.	Lucia Blaga	Lect.univ.dr.	Tania Angelica Lazăr
Conf.univ.dr.	Adela Capătă	Lect.univ.dr.	Daniela Marian
Conf.univ.dr.	Maria Câmpian	Lect.univ.dr.	Rozica Moga
Conf.univ.dr.	Alexandra Ciupa	Lect.univ.dr.	Floare Ileana Tomuța
		Asist.univ.dr.	Liana Timboș

U. T. PRESS
Cluj-Napoca 2020

Coordonator	Prof.univ.dr.	Dumitru Mircea Ivan
Referenți:	Conf.univ.dr.	Ovidiu Furdui
	Prof.univ.dr.	Ioan Gavrea
	Prof.univ.dr.	Alexandru Mitrea
	Conf.univ.dr.	Vasile Pop
	Prof.univ.dr.	Dorian Popa
	Conf.univ.dr.	Mircea Dan Rus
	Prof.univ.dr.	Neculae Vornicescu

Editura U. T. PRESS 2020
ISBN 978-606-737-434-6

Prefață

Culegerea de probleme *Teste grilă de matematică* continuă tradiția Universității Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenți printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la o mai bună pregătire a candidaților la admitere și de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică și Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din Programa pentru Bacalaureat M_mate-info 2020.

Parcurgând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoștințe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoștințe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârșit se dau răspunsurile corecte.

Testul care se va da la concursul de admitere va conține probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

* * *

Cuprins

1

Algebră

1

Mulțimea soluțiilor ecuației $z^2 = 3 - 4i,\ z \in \mathbb{C},$ este:

A $\{1,\ 2\}$ **B** $\{i,\ 2-i\}$ **C** $\{2-i,\ -2+i\}$ **D** $\{3, -2+i\}$ **E** $\{2-i,\ 3+i\}$

2

Soluția ecuației $x(1-\lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$ este:

A $x = \frac{1}{5}$ **B** $x = -1$ **C** $x = 1$ **D** $x = \frac{1}{2}$ **E** $x = -5$

3

Mulțimea soluțiilor reale ale sistemului: $\begin{cases} 2(x-1) \geq 4(x+1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$ este:

A $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ **B** $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$ **C** $(-\infty, -4)$ **D** $(2, \infty)$ **E** $(-1, 1)$

4

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m + 3,$ intersectează axa Ox în două puncte distincte este:

A $\mathbb{R}$ **B** $\emptyset$ **C** $\{-3\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Fie $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^{100} + aX^{99} + bX + 1$.

5 Valorile coeficienților a și b pentru care $x = 1$ este rădăcină dublă sunt:

A $a = -1; b = -1$ B $a = 2; b = -4$ C $a = -2; b = 0$ D $a = 0; b = -2$ E $a = 4; b = -2$

6 Valorile coeficienților a și b pentru care f se divide cu $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 1; b = 1$ B $a = -1; b = -1$ C $a = -1; b = 0$ D $a = 1; b = -1$ E $a = 0; b = -1$

7 Valorile coeficienților a și b pentru care restul împărțirii polinomului f la $X^3 - X^2 - X + 1$ este $X^2 + X + 1$ sunt:

A $a = 2; b = -1$ B $a = 0; b = 1$ C $a = -1; b = 2$ D $a = -1; b = 1$ E $a = 1; b = 0$

Se dă funcția $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1$, unde $m \neq 0$ este parametru real.

8 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (0, +\infty)$ B $m \in (1+\sqrt{2}, +\infty)$ C $m \in (0, 1+\sqrt{2})$ D $m \in (1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1-\sqrt{2}) \cup (1+\sqrt{2}, +\infty)$

9 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (-\infty, 0)$ B $m \in (1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$ C $m \in (-1, 1-\sqrt{2})$ D $m \in (-\infty, 1-\sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1-\sqrt{2}) \cup (0, \infty)$

10 Pentru ce valori ale lui m funcția admite rădăcină dublă?

A $m \in \{\pm 1\}$ B $m \in \{1, \pm\sqrt{2}\}$ C $m \in \{\pm\sqrt{2}\}$ D $m \in \{-1, 1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}\}$ E $m \in \{0, 1, \pm\sqrt{2}\}$

Se consideră ecuația $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$, iar x_1 și x_2 sunt rădăcinile reale ale ecuației.

11 Suma rădăcinilor $x_1 + x_2$ aparține intervalului

A $[0, 1]$ B $[0, 4]$ C $\mathbb{R}$ D $[0, 2]$ E $[-1, 4]$

12 Suma pătratelor rădăcinilor $x_1^2 + x_2^2$ aparține intervalului

A $[0, 4]$ B $[-2, 4]$ C $[0, 8]$ D $\mathbb{R}$ E $[0, 3]$

13 Produsul rădăcinilor $x_1 x_2$ aparține intervalului

A $[-2, 0]$ B $[0, 4]$ C $[-\frac{1}{2}, 4]$ D $\mathbb{R}$ E $(0, 2)$

Fie funcțiile $f_m\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

14 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are cel puțin o rădăcină reală este:

A $(-\infty, 1)$ B $(-\infty, 1]$ C $\mathbb{R}$ D alt răspuns E $[0, \infty)$

15 Vârfurile parabolelor asociate funcțiilor f_m, $m \neq 0$, se găsesc pe:

A parabola $y = x^2 + 2$ B dreapta $x + 2y = 0$ C dreapta $y = x$
D dreapta $y = -x$ E o paralelă la Ox

Fie funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $g(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 0 \\ 3x+2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

16 Soluția inecuației $g(x) \geq 0$ este:

A $[-2, \infty)$ B $[-2, 0]$ C $[-\frac{2}{3}, \infty)$ D $[-2, -\frac{2}{3}]$ E $[0, \infty)$

17 Funcția $g^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este dată de:

A $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \geq 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$ B $g^{-1}(x) = \begin{cases} x-2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

C $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \leq 2 \\ 2x-3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ D $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

E $g^{-1}(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

18

Se dau funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = \begin{cases} 5x+1, & x < 0 \\ 1-x^2, & x \geq 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ 2x-1, & x > -2 \end{cases}$.
Funcția $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h = f \circ g$ este definită prin:

A $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x > -2 \end{cases}$ B $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x \geq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$

C $h(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & x \leq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$ D $h(x) = \begin{cases} 1-x^4, & x < -2 \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1-x), & -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

E $h(x) = \begin{cases} 2(5x-2), & x \geq -2 \\ 1-x^4, & x < -2 \end{cases}$

19

Fie $P \in \mathbb{R}[X]$, $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, un polinom cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 distincte două câte două. Pentru $Q \in \mathbb{R}[X]$ polinom de grad 1,
suma $\dfrac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \dfrac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \dfrac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$ este egală cu

A $x_1 + x_2 + x_3$ B $x_1x_2x_3$ C $P(x_1 + x_2 + x_3)$ D 1 E 0
coef$(x^2) - 0$

20

Fie $P, Q, R\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ funcții polinomiale de grad cel mult doi și $a, b, c \in \mathbb{C}$ astfel ca

$$\begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} = 1.$$

Suma $\begin{vmatrix} P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \end{vmatrix}$ este:

A 0 **B** 1 **C** 3 **D** $P(0) + Q(0) + R(0)$ **E** $P(1)Q(1)R(1)$

21

Să se găsească numărul complex z dacă $|z| - z = 1 + 2i$.

A $z = \frac{3}{2} - 2i$ **B** $z = \frac{3}{2} + 2i$ **C** $z = \frac{1}{2} - 3i$ **D** $z = \frac{1}{2} + 3i$ **E** $z = -\frac{1}{2} + 3i$

Fie $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + z - \bar{z}$.

22

Soluțiile ecuației $f(z) = 0$ sunt:

A $\{0, 1 + 2i, 1 - 2i\}$ **B** $\{0, 1 + i, 1 - i\}$ **C** $\{0, i, -i\}$ **D** $\{0, 2 + i, 2 - i\}$
E $\{0, -1 + i, -1 - i\}$

23

Se consideră ecuația $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$. Mulțimea soluțiilor ecuației are:

A un element **B** două elemente **C** nici un element **D** trei elemente
E o infinitate de elemente

24

Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.

A $x = 0$ **B** $x = -2$ **C** $x = 3$ **D** $x = \frac{1}{2}$ **E** $x = \frac{1}{3}$

25

Ecuația $\dfrac{2 \lg x}{\lg(5x - 4)} = 1$ are ca mulțime a soluțiilor pe:

A $\{1, 4\}$ **B** $\{4\}$ **C** $\{10\}$ **D** $\emptyset$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

26

Se consideră mulțimea tripletelor de numere reale (a, b, c) care verifică relația $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Atunci $\min(ab + bc + ac)$ pentru această mulțime este:

A -1 **B** $-\dfrac{3}{4}$ **C** $-\dfrac{1}{2}$ **D** $-\dfrac{1}{3}$ **E** nu există minim

Fie $A_1 = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2},\ n \in \mathbb{Z}\right\}$ și $A_2 = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z}\right\}$.

27 Mulțimea A_1 este:

A $A_1 = \{1, 2, 3\}$ B $A_1 = \mathbb{N}$ C $A_1 = \{-2, 1, 4\}$ D $A_1 = \{1, 3, 5\}$
E $A_1 = \emptyset$

28 Mulțimea A_2 este:

A $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$ B $A_2 = \{3, 5\}$ C $A_2 = \{3\}$ D $A_2 = \emptyset$ E $A_2 = \{-1\}$

29

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 x) \geq 1$ este:

A $[3, \infty)$ B $\left(0, \sqrt[3]{9}\right)$ C $\left(1, \sqrt[3]{3}\right]$ D $\left(\frac{1}{3}, 1\right]$ E $(0,1) \cup \left(\sqrt[3]{3}, +\infty\right)$

Restul împărțirii polinomului X^{10}

30 la $X + 1$ este:

A -1 B 0 C 1 D 9 E alt răspuns

31 la $(X + 1)^2$ este:

A -10 B $-10X$ C $10X + 9$ D $-10X - 9$ E $X - 9$

32 la $(X + 1)^3$ este:

A $-9X^2 + 22$ B $45X^2 + 80X + 36$ C $X + 2$ D 1 E 0

33

Mulțimea soluțiilor ecuației $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$, $n \geq 3$, este:

A $\left\{n, \frac{n}{2}\right\}$ B $\left\{1, A_n^2\right\}$ C $\{-3\}$ D $\left\{A_n^3\right\}$ E $\emptyset$.

34

Să se determine primul termen a_1 și rația q a unei progresii geometrice $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ dacă:
$$\begin{cases} a_4 - a_2 = 6, \\ a_3 - a_1 = 3. \end{cases}$$

A $a_1 = -1;\ q = 3$ B $a_1 = 3;\ q = \frac{1}{2}$ C $a_1 = 2;\ q = -2$
D $a_1 = 1;\ q = 2$ E $a_1 = 1;\ q = 3$.

35

Care sunt valorile coeficienților reali a și b din ecuația

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă acești coeficienți sunt rădăcini ale ecuației?

A $a = 1,\ b = 0$ B $a = 1,\ b \in \mathbb{R}$ C $a = 1,\ b = -1$ D $a \in \mathbb{R},\ b = -1$ E $a \in \mathbb{R},\ b = 1$

36

Coeficientul lui x^{99} din dezvoltarea polinomului

$$(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-99)(x-100)$$

este:

A -4950 B -5050 C 99 D -100 E 3450

37

Cel mai mare divizor comun al polinoamelor $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și x^3-1 este:

A x^3-1 B $x-1$ C x^2+x+1 D sunt prime între ele E $(x+1)^{4n+3}+x^{2n}$

38

Valoarea lui $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)$, unde $\alpha \in \mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$, $\alpha^3=1$, este:

A -1 B 9 C 0 D $9i$ E $3i$

39

Fie numerele reale $a, b, c, d \in (0,1)\cup(1,\infty)$. Dacă $\log_a b \log_b c \log_c d = 1$ atunci:

A $a=b\in(0,1)$ și $c=d\in(1,\infty)$ B $a=b\in(1,\infty)$ și $c=d\in(0,1)$ C $a=c\in(0,1)$ și $b=d\in(1,\infty)$ D $a=d$ E $a=c\in(1,\infty)$ și $b=d\in(0,1)$

40

Suma $\sum\limits_{k=1}^{n} k\cdot k!$ este:

A $n(n+1)$ B $n\cdot n!$ C $(n+1)!-1$ D $n!$ E $2n\cdot n!$

Se consideră matricea $U(a,b)=\begin{pmatrix} a & b & b & b\\ b & a & b & b\\ b & b & a & b\\ b & b & b & a\end{pmatrix}$.

41

Matricea $U(a,b)$ este singulară dacă și numai dacă

A $a=b$ B $a\neq -3b$ C $(a-b)(3b+a)=0$ D $a+3b=0$ E alt răspuns

42

$U^{11}(1,1)$ este

A $U(1,1)$ B $4^{100}U(1,1)$ C $2^{22}U(1,1)$ D $2^{20}U(1,1)$ E $4^{8}U(1,1)$

43

Inversa matricei $U(1,2)$ este:

A $U(1,2)$ B $U(1,2)-U(1,1)$ C $\frac{U(1,2)-6I_4}{7}$ D nu există E alt răspuns

44

Dacă $a^2 + b^2 = 1$, atunci inversa matricei $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

A $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$

45

Inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ este matricea:

A $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

46

Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$ are rangul minim pentru:

A $a = 0$ B $a = 1$ C $a = 7$ D $a = 21$ E $a = -21$

Se consideră matricea: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$.

47 Determinantul matricei A este:

A $16i$ B $-16i$ C 16 D -16 E 0

48 A^4 este:

A I_4 B $2I_4$ C $4I_4$ D $16I_4$ E $256I_4$

49 Numărul soluțiilor $n \in \mathbb{Z}$ ale ecuației $16A^{8n} + 16I_4 = 257A^{4n}$ este:

A 16 B 8 C 4 D 2 E 1

Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

50 $\det A$ este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E ∞

51 Numărul de soluții în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

A 10 B 1 C 2 D 0 E ∞

52 Sistemul de ecuații cu parametrul real m, $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 6x - 8y = 1 \\ 5x + 2y = m \end{cases}$, este compatibil numai dacă:

A $m = 0$ B $m = 1$ C $m = 2$ D $m = 3$ E $m = 4$

53 Sistemul de ecuații cu parametrii $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m-1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

A $m = 3;\ n \neq 3$ B $m \neq 3;\ n = 3$ C $m = 3;\ n = 3$ D $m \neq 3;\ n \neq 3$
E $m = 5; n = 3$

54 Dacă $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$, atunci:

A $n = 1$ B $n = 2$ C $n = 4$ D $n = 8$ E $n = 16$

55 Fie $m, n \in \mathbb{R}$, x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 + mx + n = 0$ și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$. Determinantul matricei A^2 este:

A $-4m^3 - 27n^2$ B $4m^3 - 27n^2$ C $-4m^3 + 27n^2$ D $-2n^3 - 27m^2$ E $-3n^3 - 27m^2$

56 Dacă $a < b < c$ și $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$, atunci:

A $D = 0$ B $D \leq 0$ C $D < 0$ D $D > 0$ E $D = -a^2 - b^2 - c^2$

57

Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care rangul matricei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & -5 & -4 \\ 2 & 0 & 4 & a \end{pmatrix}$$

este egal cu 2, este

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $\{2\}$ D $\{-2, 2\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Se consideră sistemul

$$(S): \begin{cases} x & +2y & +3z & = 1 \\ 2x & -y & +az & = -3 \\ 3x & +y & +4z & = b \end{cases}$$

58

(S) este compatibil determinat dacă și numai dacă

A $a = 0$ B $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ C $a = 1, b = -2$

59

(S) este compatibil nederminat dacă

A $a = 1, b = -2$ B $a = 1, b = 2$ C $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ D $a = 2, b = 1$

60

(S) este incompatibil dacă și numai dacă

A $a = 1, b = 2$ B $a \neq 2, b = 1$ C $a \neq 1, b \neq -2$ D $a \neq 0, b = 2$ E $a = 1, b \neq -2$

61

Numărul valorilor parametrului real m pentru care sistemul

$$\begin{cases} 2x + 2y + mxy & = & 5 \\ (m-1)(x+y) + xy & = & 1 \\ 3x + 3y - xy & = & m+1 \end{cases}$$

, are soluții $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

62

Dacă sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x + ay + 4z & = 0 \\ x - y - z & = 0 \\ 3x - 2y - z & = 0 \end{cases}$, $\quad a \in \mathbb{R}$

este compatibil determinat, atunci:

A $a = 1$ B $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ C $a \in \mathbb{R}^*$ D $a \in (0, \infty)$ E $a \in (1, \infty)$

63

Dacă $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$, atunci:

A $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$

B $A^n = \begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$

C $A^n = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$

D $A^n = \begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$

E $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t - \sin^n t & -n \sin t \cos t \\ n \sin t \cos t & \cos^n t - \sin^n t \end{pmatrix}$

64

Dacă $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci A^{12} este:

A $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$ D $2^{12}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} (\sqrt{3})^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & (\sqrt{3})^{12} \end{pmatrix}$

65

Mulțimea soluțiilor ecuației $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} x & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 3 = 0$ este:

A $\{-1\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{-1, 0, 1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$ D $\left\{-1, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$
E $\left\{-1, \frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}\right\}$

Se dă mulțimea $M = [5, 7]$ și operația $*$ definită prin
$x * y = xy - 6x - 6y + \alpha$.

66 Valoarea parametrului real α pentru care mulțimea M este parte stabilă în raport cu operația $*$ este:

A $\alpha = 42$ B $\alpha = 36$ C $\alpha = -36$ D $\alpha = 6$ E $\alpha = -6$

67 In monoidul $(M, *)$, elementul neutru este:

A $e = 7$ B $e = 6$ C $e = 5$ D $e = 1$ E nu există

68 In monoidul $(M, *)$, mulțimea elementelor simetrizabile este:

A $[5, 7] \setminus \{6\}$ B $\{6\}$ C $\{5, 7\}$ D $[5, 7]$ E $\mathbb{R} \setminus \{6\}$

Definim pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ legea de compoziție $(x, y) * (a, b) = (xa, xb + ya)$.

69 Elementul neutru al legii $*$ este:

A $(0, 1)$ B $(1, 0)$ C $(0, 0)$ D $(1, 1)$ E $(-1, 1)$

70

Fie legea de compoziție $*$ definită prin $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x, y \in (-1, 1)$. Elementul neutru pentru această lege este:

A $e = 0$ B nu există C $e = 1$ D $e = -1$ E $\frac{1}{2}$

71

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se definește legea $*$ prin $x * y = x + y - 2$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine simetricul x' al lui x.

A x' nu există B $x' = 1 - x$ C $x' = 4 - x$ D $x' = \frac{1}{x}$ E $x' = -x$

Pe mulțimea $\mathbb{C}$ a numerelor complexe definim legea de compoziție $*$ prin $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

72 Numărul $2 * i$ este:

A $2 - i$ B $2i$ C $2 + i$

73 Elementul neutru față de $*$ este:

A 1 B 0 C i D -1

74 Elementul simetric al lui i față de $*$ este:

A $-i$ B $1 - i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (m-1)x + 3m - 4$, $m \in \mathbb{R}$.

75 Mulțimea valorilor lui m pentru care f se anulează în $(0,1)$ și $f(x) \geq 0$, $\forall x \in (0,1)$ este:

A $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2})$ B $(7 + 4\sqrt{2}, \infty)$ C $\{7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}\}$ D $\{7 - 4\sqrt{2}\}$ E $\emptyset$

76 Mulțimea valorilor lui m pentru care $f(x) < 0$, $\forall x \in (0,1)$ este

A $(0,1)$ B $(2,\infty)$ C $(-\infty, 1]$ D $\emptyset$ E $(0,\infty)$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2$, $m \in \mathbb{R}$.

77 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este strict crescătoare pe intervalul $[-1,1]$ este

A $[-2,2]$ B $(-\infty,-2)$ C $(-\infty,-2]$ D $\mathbb{R}$ E Alt răspuns

78 Mulțimea valorilor lui m pentru care f este injectivă pe $[-1,1]$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(-1,1)$ C $(-\infty,-2] \cup (2,\infty)$ D $(-2,2)$ E Alt răspuns

79 Familia de parabole asociate funcțiilor

$$f_m(x) = (m+1)x^2 - 3mx + 2m - 1, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},$$

A are un punct fix pe axa Oy B are un punct fix situat pe prima bisectoare
C are două puncte fixe D are trei puncte fixe E nu are puncte fixe

Fie parabolele de ecuații: $P_1: \quad y = x^2 + 5x + 4$
și $P_2: \quad y = (m-1)x^2 + (4m+n-4)x + 5m + 2n - 4$, unde $m, n \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$.

80 Parabolele se intersectează în $A(-2,-2)$ și $B(0,4)$ dacă:

A $m=-2, n=9$ B $m=2, n=-9$ C $m=5, n=4$ D $m=\frac{1}{2}, n=3$
E $m=\frac{1}{3}, n=-2$

81 Parabolele au singurul punct comun $C(1,10)$ dar nu sunt tangente dacă:

A $m=-\frac{2}{3}, n=\frac{1}{3}$ B $m=2, n=-\frac{1}{3}$ C $m=-\frac{1}{3}, n=3$ D $m=-2, n=\frac{1}{2}$
E $m=n=2$

82 Parabolele sunt tangente în punctul $T(-2,-2)$ dacă:

A $m=0, n=-3$ B $m=2, n=-1$ C $m=-2, n=-1$ D $m=-2, n=1$
E $m=\frac{1}{2}, n=-4$

83

Fie $E(x) = \dfrac{x^2 - 2(m-1)x + m + 1}{mx^2 - mx + 1}$. Mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care E este bine definită oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, este:

A $\mathbb{R}$ B $\{4\}$ C $\{-1\}$ D $(0,4)$ E alt răspuns

84

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$(m-1)x^2 + (m-1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

A $\emptyset$ B $(-\infty,1) \cup (\frac{11}{3},\infty)$ C $(-\infty,0)$ D $(-\infty,1)$ E alt răspuns

85

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}^*$, pentru care parabolele asociate funcțiilor
$f_a(x) = ax^2 - (a+2)x - 1$ și $g_a(x) = x^2 - x - a$ sunt tangente, este:

A $\{-1,2\}$ B $\{3,-1\}$ C $\{3\}$ D $\left\{\frac{1}{3},3\right\}$ E $\emptyset$

86

Ecuația $x^4 + (2m-1)x^2 + 2m + 2 = 0$, cu necunoscuta x și parametrul real m, are toate rădăcinile reale dacă:

A $m=0$ B $1 \leq m \leq 2$ C $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$ D $m \in \emptyset$ E $m > \frac{1}{2}$

87

Se dă ecuația $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$. Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă

A $a=0$ B $a \in \{0,1\}$ C $a \in \{-1,1\}$ D $a=2$ E $a=3$

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - 2x + 3 = 0$. Notăm $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k,\ k \in \mathbb{Z}$.

88 S_{-1} este:

A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$ D 1 E -1

89 S_{-2} este:

A $\frac{4}{9}$ B $-\frac{4}{9}$ C $\frac{2}{3}$ D $-\frac{3}{2}$ E 0

90 S_4 este:

A 4 B $\frac{4}{9}$ C -4 D 8 E -8

91

Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(0) + \cdots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \ldots,$$

atunci $P(0)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

92

Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisface egalitățile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^{n} k^{10}, \qquad n = 1, 2, \ldots,$$

atunci $P(-2)$ este:

A 0 B -1 C 1023 D -1025 E alt răspuns

Se dă ecuația $x^3 - px^2 + qx - r = 0, \quad r \neq 0$.

93 Ecuația admite două rădăcini opuse, dacă

A $p + q = r$ B $r^2 - pq = 0$ C $rp - q = 1$ D $q^2 - rp = 0$ E $pq - r = 0$

94 Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

A $p^2 r - q = 0$ B $p^3 - rq = 0$ C $q^2 - rp = 0$ D $q^3 + p + q = 0$ E $p^3 r - q^3 = 0$

95

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$\sqrt{x + 2 - 4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x + 7 - 6\sqrt{x-2}} = 1$$

este:

A $\{5, 12\}$ B $\{7, 10\}$ C $[2, \infty)$ D $[6, 11]$ E $\{8, 12\}$

96

Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} < \sqrt{2} - \sqrt{3}$ este:

A $(-\infty, 0)$ B $[-2, 0)$ C $[-2, \infty)$ D $\emptyset$ E $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x-11}$.

97 Mulțimea de definiție a funcției este:

A $\mathbb{R}$ B $[0, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $[11, \infty)$ E $(-\infty, 11)$

98 Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $f(x) = 7$ este

A $\{27\}$ B $\{0\}$ C $\{11\}$ D $\{1\}$ E conține cel puțin două elemente

99

Câte soluții întregi are ecuația

$$8(4^x + 4^{-x}) - 54(2^x + 2^{-x}) + 101 = 0?$$

A 2 B 4 C 1 D nici una E 3

100

Mulțimea valorilor reale ale lui a, pentru care funcția

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 + ax + 1,$$

este injectivă, este:

A $(-\infty, 0)$ B $[0, \infty)$ C $\emptyset$ D $\{1\}$ E $\mathbb{R}$

101

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$(m-2)x^2 - (2m+1)x + m - 3 = 0$$

are rădăcinile în $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ cu partea reală negativă este:

A $\left(-\frac{1}{2}, \frac{23}{24}\right)$ B $\left(-\infty, \frac{23}{24}\right)$ C $\left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$ D $\left[\frac{23}{24}, \infty\right)$ E $\emptyset$

102

Valoarea minimă a funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \cdots + (x - a_n)^2$$

unde $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$, se obține pentru:

A $x = 0$ B $x = a_1$ C $x = a_2$ D $x = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$ E $x = \frac{a_1 + a_n}{2}$

103

Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2mx - 1 & ; \quad x \le 0 \\ mx - 1 & ; \quad x > 0 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}^*$, este injectivă dacă:

A $m \in (-\infty, 1)$ B $m \in (1, \infty)$ C $m \in (-\infty, 0)$ D $m \in (0, \infty)$ E $m \in (-1, 1)$

104

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x+m, & x\le 1\\ 2mx-1, & x>1\end{cases}$. Funcția f este surjectivă dacă și numai dacă:

A $m\in(0,1)$; B $m\in(-\infty,2]$; C $m=2$; D $m\in(0,2]$; E $m\in(-\infty,1]$

105

Sistemul $\begin{cases} x^2+y^2 &= z\\ x+y+z &= a\end{cases}$, are o singură soluție $(x,y,z)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, dacă:

A $a=-\frac{1}{2}$ B $a=\frac{1}{2}$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{4}$ E $a=-\frac{1}{4}$

106

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x=\sqrt{2-x}$ este:

A $\emptyset$ B $\{1,-2\}$ C $\{1\}$ D $[1,2]$ E $\{2\}$

107

Pentru ca funcția $f:\mathbb{R}\to B$, $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2+x+1}$ să fie surjectivă, trebuie ca:

A $B=\mathbb{R}$ B $B=\left[\frac{9-2\sqrt{21}}{3},\frac{9+2\sqrt{21}}{3}\right]$ C $B=[1,2]$ D $B=(1,2)$ E $B=[-3,3]$

108

Mulțimea valorilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care valorile funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-ax+1}{x^2+1}$, sunt cuprinse în intervalul $(0,3)$, este:

A $(-4,4)$ B $(-\infty,-4)$ C $(0,3)$ D $(-2,2)$ E $\{-2,2\}$

109

Numărul soluțiilor $(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ ale ecuației $2\mid x-2\mid+3\mid y-3\mid=0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

110

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+4x+4}=2x$ este:

A $[-1,3]$ B $(0,\infty)$ C $[2,\infty)$ D $[-2,2]$ E $(-\infty,2]$

111

Soluția ecuației $\left(3-2\sqrt{2}\right)^x-2\left(\sqrt{2}-1\right)^x=3$ este:

A -1 B $\ln 2$ C 2 D $\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{1}{\log_3\left(\sqrt{2}-1\right)}$.

112

Soluția ecuației $\left(\frac{1}{2}\right)^x+\left(\frac{1}{6}\right)^x+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^x=1$ este:

A orice număr real B 1 C 0 D $-\frac{1}{2}$ E ecuația nu are soluție

113

Ecuația $\left(5+\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}+\left(5-\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}=98$ are mulțimea soluțiilor:

A $\{3\}$ B $\{-3;3\}$ C $\{-3\}$ D $\{\sqrt{3};3\}$ E $\{\frac{1}{3};3\}$

Fie $f\colon(0,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{\log_x 2\log_x 4}+\frac{1}{\log_x 4\log_x 8}+\cdots+\frac{1}{\log_x 2^n\log_x 2^{n+1}}$, unde $n\geq 5$ este un număr întreg.

114 $f(\frac{1}{2})$ este:

A $\frac{n}{n+1}$ B 1 C $\frac{n+1}{n}$ D $\frac{1}{2}\frac{n+1}{n}$ E $2\frac{n+1}{n}$

115 Soluția ecuației $f(x)=\frac{4n}{n+1}$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D 4 E $\frac{1}{2^n}$

116 Mulțimea soluțiilor sistemului de ecuații $\begin{cases} x^2+y^2 &= 425\\ \lg x+\lg y &= 2\end{cases}$ este:

A $\{(1;1)\}$ B $\{(1;1)\};\ (10;10)\}$ C $\{(20;5);\ (5;20)\}$ D $\{(1;10);\ (10;1)\}$ E $\{(20;5)\}$

117 Soluțiile ecuației $\log_{2x}4x+\log_{4x}16x=4$ aparțin mulțimii:

A $\{3\}$ B $\{2\}$ C $\left[\frac{1}{2\sqrt{2}},2\right]$ D $\{\log_2 3\}$ E $(2,\infty)$

118 Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg\left((x^3-x-1)^2\right)<2\lg(x^3+x-1)$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(1,\infty)$ D $(0,1)$ E alt răspuns

Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=9^x-5^x-4^x$.

119 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x)=0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

120 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x)-2\sqrt{20^x}=0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

121 Mulțimea soluțiilor ecuației $\log_3 x^2-2\log_{-x}9=2$ este:

A $\{x\in\mathbb{R}\mid x<0,\ x\neq -1\}$ B $\{-9\}$ C $\emptyset$ D $\{9\}$ E $\left\{-\frac{1}{3},-9\right\}$

Se consideră funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}}$, $\quad a \in \mathbb{R}$.

122 Domeniul de definiție al funcției este:

A $(0, \infty)$ B $(0, \infty) \setminus \{1\}$ C (a, ∞) D $(-a, \infty)$ E $(\frac{-a+|a|}{2}, \infty)$

123 Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) > 0$, pentru orice $x \in D$ este:

A $(-\infty, 0)$ B $(-1, 1)$ C $[1, \infty)$ D $(2, \infty)$ E alt răspuns

124

Dacă $\log_6 2 = a$, atunci valoarea lui $\log_6 324$ este:

A $a + 3$ B $5a - 2$ C $4 - 2a$ D $a^2(2-a)^4$ E $3 + 2a$

125

Fie $a = \lg 2$ și $b = \lg 3$. Dacă $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$ atunci:

A $x = 3 - 2b + a$ B $x = 2 + b - a$ C $x = 1$ D $x + 1 = a + b$ E $x = 81ab$

126

Soluția S a sistemului $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = \ \ 40 \end{cases}$ este:

A $S = \emptyset$ B $S = \{(1, 3)\}$ C $S = \{(1, 0), (1, 3)\}$ D $S = \{(1, 0)\}$
E $S = \{(-1, 1), (1, 0)\}$

127 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ este:

A 1 B 3 C 2 D $\sqrt{5}$ E $2\sqrt{5}$

128 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{50}+7} - \sqrt[3]{\sqrt{50}-7}$ este:

A $2\sqrt{50}$ B 2 C 1 D 3 E $\sqrt{50}$

129

Mulțimea valorilor parametrului real m, pentru care ecuația $X^4 - mX^2 - 4 = 0$ admite rădăcina reală $\sqrt[4]{3-2\sqrt{2}} + \sqrt[4]{3+2\sqrt{2}}$, este:

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $\{4\}$ D $\{1\}$ E $\{-4, 4\}$

130

Știind că a este rădăcina reală a ecuației $x^3 + x + 1 = 0$, să se calculeze

$$\sqrt[3]{(3a^2 - 2a + 2)(3a^2 + 2a)} + a^2.$$

A $a + 1$ B 1 C 3 D 2 E a

131

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$m\,9^x + 4(m-1)3^x + m > 1$$

oricare ar fi x real este:

A $(-\infty, 1)$ B $[1, \infty)$ C $(0, \infty)$ D $(1, \infty)$ E $\emptyset$

132

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg\left((x-1)^{10}\right) < 10\lg x$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0, \infty)$ C $(0,1)\cup(1,\infty)$ D $\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,\infty)$ E $\emptyset$

133

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_x(1+x) + \log_{x^2}(1+x) + \log_{x^4}(1+x) \geq \dfrac{7}{4}$ este:

A $(0,1)\cup(1,\infty)$ B $(1,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R}$

134

Valoarea sumei $S_n = \frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este:

A $\frac{n}{3n+1}$ B $\frac{3n}{3n+1}$ C $\frac{n+1}{3n+1}$ D $\frac{n-1}{3n+1}$ E $\frac{n}{3(3n+1)}$

135

Suma $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \cdots + \frac{n}{(n+1)!}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{2n-1}{2}$ C $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$ D $\frac{n^2}{(n+1)!}$ E $\frac{n}{n+1}$

136

Suma $\sum\limits_{k=3}^{n} A_k^3\, C_n^k$ are valoarea:

A $8C_n^3$ B $2^n A_n^3$ C $A_n^3 2^{n-3}$ D $2^{n-2}C_{n+1}^3$ E 3^n

137

Suma $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + nC_n^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $n2^{n-1}$ B $n2^n - 1$ C n D $\frac{n(n+1)}{2}$ E alt răspuns

138

Suma $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{n(n+1)}{2}$ B $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ C $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ D $n(2n-1)$ E $n^3 - n^2 + n$

139

Soluția ecuației $A_x^6 - 24xC_x^4 = 11A_x^4$ aparține mulțimii:

A $[5,7]$ B $[8,10)$ C $\{10\}$ D $\{4\}$ E $\{6\}$

140

Să se determine termenul independent de a al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

A C_{17}^6 B C_{17}^7 C C_{17}^8 D C_{17}^{10} E C_{17}^{11}

141

O progresie aritmetică crescătoare $(a_n)_{n\geq 1}$ verifică relațiile $a_9 + a_{10} + a_{11} = 15$ și $a_9 a_{10} a_{11} = 120$. Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

A 150 B 100 C 120 D 110 E 160

142

Ecuația $x^3 - (4-i)x^2 - (1+i)x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, are o rădăcină reală dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $\{1, 2\}$ B $\{0, 1\}$ C $\{-1, 4\}$ D $\{0, 4\}$ E $\mathbb{R}$

143

Pentru ce valori ale parametrului real b ecuația

$$x^3 + a(a+1)x^2 + ax - a(a+b) - 1 = 0$$

admite o rădăcină independentă de a?

A 0 B 1 C 2 D a E -1

144

Numerele reale nenule a, b, c sunt rădăcinile ecuației $x^3 - a\,x^2 + b\,x + c = 0$.
În acest caz tripletul (a, b, c) este:

A $(1, 1, 1)$ B $(-1, -1, -1)$ C $(1, -1, 1)$ D $(1, -1, -1)$ E alt răspuns

145

Care este valoarea parametrului rațional m, dacă ecuația

$$x^4 - 7x^3 + (13+m)x^2 - (3+4m)x + m = 0$$

admite soluția $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ și soluțiile x_3 și x_4 verifică relația $x_3 = 2x_4$?

A -1 B $\frac{3}{4}$ C $\frac{5}{3}$ D 2 E 4

146

Soluțiile ecuației $z\overline{z} + 2(z - \overline{z}) = 20 + 8i$, $z \in \mathbb{C}$, sunt:

A $\pm 2 + 4i$ B $\pm 4 + 2i$ C $4 + 2i$ D $4 - 2i$ E alt răspuns

147

Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n$ rădăcinile ecuației $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$. Valoarea sumei $S = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{x_k}{x_k - 1}$ este:

A $3n - 5$ B $2n + 1$ C $\frac{n}{n-1}$ D $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$ E 0

148

Valoarea lui m pentru care ecuația $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ are rădăcinile în progresie aritmetică aparține mulțimii:

A $[-1, 1]$ B $[2, 4]$ C $[-4, -2]$ D $[-7, -5]$ E $[5, 6]$

149

Dacă ecuația $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$ admite o rădăcină reală dublă, atunci m aparține mulțimii:

A $[-5, 0]$ B $[0, 2]$ C $[-8, -5]$ D $\{3\}$ E $(6, \infty)$

150

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^3 - 28x + m = 0$ are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

A $\{48\}$ B $\{-48\}$ C $\mathbb{R} \setminus \{48\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$ E $\{-48, +48\}$

151

Sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1 \end{cases}$ are:

A o soluție B două soluții C trei soluții D patru soluții E șase soluții

152

Se consideră ecuația $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$ cu a parametru real. Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{x_i}$, unde x_i sunt rădăcinile ecuației, este

A $-\frac{7}{2}$ B $-\frac{3}{2}$ C 0 D $\frac{3}{2}$ E $\frac{7}{2}$

153

Valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care suma a două rădăcini ale ecuației $x^4 + 10x^3 + m\,x^2 + 50x + 24 = 0$ este egală cu suma celorlalte două rădăcini aparțin mulțimii:

A $[0, 10]$ B $[-4, -1]$ C $\{5\}$ D $[30, 40]$ E $[-1, 1]$

Fie $(x + 1)(x^2 + 2)(x^2 + 3)(x^2 + 4)(x^2 + 5) = \sum_{k=0}^{9} A_k x^k$.

154

$\sum_{k=0}^{9} A_k$ este:

A 720 B 724 C 120 D 600 E alt răspuns

155

$\sum_{k=0}^{4} A_{2k}$ este:

A 360 B 120 C 100 D 240 E 300

156

Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = X^3 + pX + q$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3. Să se determine polinomul cu rădăcinile $x_1^2,\ x_2^2,\ x_3^2$.

A $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$ B $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$ C $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$
D $X^4 + qX^2 + 5$ E $X^3 - pX^2 + qX + q^2$

157

Restul împărțirii polinomului $1 + X + X^2 + \cdots + X^{1998}$ la $1 + X$ este egal cu:

A 0 B -1 C 1 D 1997 E 1999

158

Polinomul $(X^2 + X - 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 - 1$ dacă și numai dacă:

A $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ B $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 2k - 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 3k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 3k + 2,\ k \in \mathbb{N}^*$

159

Polinomul $(X^2 + X + 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 + 1$ dacă și numai dacă:

A $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ B $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 4k + 1,\ k \in \mathbb{N}$ D $n = 4k + 2,\ k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 4k + 3,\ k \in \mathbb{N}^*$

160

Mulțimea valorilor parametrului real a, pentru care ecuația $x^3 + ax + 1 = 0$ are toate rădăcinile reale și ele verifică relația $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 18$, este:

A $\{-12\}$ B $\{3\}$ C $\{-3\}$ D $\{-3, 3\}$ E $\emptyset$

161

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$x(x - 1)(x - 2)(x - 3) = m$$

are toate rădăcinile reale este:

A $[-1, 9/4]$ B $[-1, 9/16]$ C $[-1, 9]$ D $[1, 1/16]$ E $\emptyset$

162

Restul împărțirii polinomului $P(X) = X^{100} + X^{50} - 2X^4 - X^3 + X + 1$ la polinomul $X^3 + X$ este:

A $X + 1$ B $2X^2 + 1$ C $2X^2 - 2X - 1$ D $2X^2 + 2X + 1$ E $X^2 + 1$

163

Se consideră polinoamele cu coeficienți complecși $P(X) = a_0 + a_1X + \cdots + a_nX^n$ și $Q(X) = b_0 + b_1X + \cdots + b_mX^m$. Știind că polinomul $Q(X)$ se divide cu $X - 1$, să se determine suma coeficienților polinomului $P(Q(X))$.

A $\sum\limits_{i=0}^{n} a_i$ B $\left(\sum\limits_{i=0}^{n} a_i\right)\left(\sum\limits_{i=0}^{m} b_i\right)$ C a_nb_m D a_0 E a_0b_0

164

Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărțit la $X - 1$ dă restul 3 și împărțit la $X + 1$ dă restul -5. Restul împărțirii la $X^2 - 1$ este:

A -15 B $3X - 5$ C $-3X + 5$ D $4X - 1$
E nu se poate determina din datele problemei

165

Restul împărțirii polinomului $X^{400} + 400X^{399} + 400$ la polinomul $X^2 + 1$ este:

A $400X + 401$ B $400X - 399$ C $-400X + 401$ D $-400X + 399$ E 0

Fie numărul complex $z = 1 + i$.

166 Numărul complex $\frac{1}{z}$ este:

A $-1 - i$ B $1 - i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$ E Alt răspuns

167 Dacă z^n este real, pentru o anume valoare $n \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul complex z^{2n} este:

A i^n B -1 C 1 D 2^n E $\left(\sqrt{2}\right)^n$

168 Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă $| z_1 + z_2 |= \sqrt{3}$ și $| z_1 |=| z_2 |= 1$, atunci $| z_1 - z_2 |$ este:

A 2 B 1 C $\sqrt{3}$ D $\sqrt{2}$ E $\sqrt{3} - 1.$

169 Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuației $x^3 + x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relația $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$ este:

A 1 B -1 C 3 D 2 E -2

170 Există matrice nenule $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel ca $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ dacă și numai dacă:

A $a = \sqrt{2}$ B $a \in \{-3, 2\}$ C $a \in \{-1, 1\}$ D $a \in \mathbb{R}^*$ E $a \in \{-2, 2\}$

171 Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$, atunci valoarea determinatului

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

este:

A 6 B 4 C 2 D 0 E -2

172 Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ este o matrice inversabilă astfel ca $A + A^{-1} = 2I_n$, atunci are loc egalitatea:

A $A = 3I_n$ B $A^3 + A^{-3} = 2I_n$ C $A = -A$ D $A^2 + A^{-2} = I_n$ E $A - A^{-1} = 2I_n$

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

173 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ este:

A -1 B 1 C -2 D $1/2$ E 0

174 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ este:

A 1 B -1 C -2 D -4 E 0

175 $x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$ este:

A 1 B -2^3 C 2^4 D -1 E $4(1+i)$

176 Numărul soluțiilor ecuației $X^2 = I_2$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{N})$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 16

Se consideră ecuația matriceală $X^2 = 2X + 3I_2$, $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

177 X^3 este:

A $7X + 6I_2$ B $6X + 7I_2$ C I_2 D X E $8X + 9I_2$

178 Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ ale ecuației este:

A 0 B 2 C 8 D 16 E infinit

179 Fie $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Atunci $\det(A \cdot A^T)$ este:

A strict pozitiv B strict negativ C zero D de modul 1 E 1

Se dă ecuația: $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $X \in M_2(\mathbb{R})$.

180 Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

181 Câte soluții are ecuația pentru n impar?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

182 Câte soluții are ecuația pentru n par?

A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

183

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $x+y+z=0,\ x+2y+az=0,$ $x+4y+a^2z=0$ are soluție nebanală, este:

A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R} \setminus \{1,2\}$ C $\{1,3\}$ D $\{1,2\}$ E $\{2,3\}$

184

Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $n \in \mathbb{N}^*$, atunci:

A $A^n = (a^2+bc)I_2$ B $A^n = (a^2+bc)^n I_2$ C $A^{2n} = (a^2+bc)^n I_2$
D $A^{2n+1} = (a^2+bc)^n I_2$ E $A^{2n} = (a^2+bc)^n A$

185

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} ax+y+z &= 0 \\ x+ay+z &= 0 \\ x+y+az &= 0 \\ x^2+y^2+z^2 &= 1 \end{cases}$$

este compatibil este:

A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $\{-2,1\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-2,1\}$ E $\{-2\}$

186

Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ verifică relația $A^3 = pA^2 + qA$ pentru:

A $p=-2,\ q=3$ B $p=-2,\ q=2$ C $p=3,\ q=-2$ D $p=-3, q=2$
E $p=1,\ q=1$

187

Mulțimea valorilor reale ale lui m, pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx+y+z &= 1 \\ x+2my+z &= 1 \\ x+y+z &= 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat și soluția (x,y,z) verifică relația $x+y \geq z$, este:

A $(-\infty,1]$ B $[-1,\infty)$ C $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right] \cup (1,\infty)$ D $(0,1)$ E $(-1,1)$

188

Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 & 2 \\ 1 & x^3 & -1 & 8 \\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este:

A $\{-1,1,2\}$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1,1,-2\}$ C $\{-1,1,-2\}$ D $\emptyset$ E $\{1\}$

189

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție: $x * y = xy - ax + by$. Numerele $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R}, *)$ este monoid sunt:

A $a = b \neq 0$ B $a = 0,\ b = 1$ C $a = b = 0$ sau $a = -1,\ b = 1$ D $a = -1,\ b = 0$
E nu există astfel de numere

190

Fie grupurile $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ și $(\mathbb{R}^*, \cdot)$. Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ și $b \in \mathbb{R}$ astfel ca funcția $f : \mathbb{C}^* \to \mathbb{R}^*$, $f(z) = a|z| + b$, să fie morfism de grupuri.

A $a = 2,\ b = 1$ B $a = -1,\ b = 1$ C $a = 1,\ b = 0$ D $a = -2,\ b = 3$ E $a = 0,\ b = 5$

191

Mulțimea elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{-1, 1, -i, i\}$ C $\{1 - i,\ 1 + i\}$ D $\{1, i, 2i, -2\}$ E $\emptyset$

192

Fie $m \in \mathbb{Z}$ și operația $*$ definită prin $x * y = xy + mx + my + a$. Valoarea lui a pentru care operația $*$ definește o structură de monoid pe $\mathbb{Z}$ este:

A $1 - m$ B m^2 C $m - 1$ D 0 E $m^2 - m$

Pe mulțimea numerelor reale $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție " $*$ " prin $x * y = xy - 2x - 2y + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

193 Legea " $*$ " este asociativă pentru:

A $\lambda = 1$ B $\lambda = 2$ C $\lambda = -1$ D $\lambda = -3$ E $\lambda = 6$

194 Mulțimea $M = (2, \infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea " $*$ " pentru:

A $\lambda = 2$ B $\lambda = 3$ C $\lambda < 3$ D $\lambda \geq 6$ E $\lambda > 6$

195 Legea " $*$ " are element neutru pentru:

A $\lambda = 4$ B $\lambda = 6$ C $\lambda = -6$ D $\lambda = 1$ E $\lambda = 0$

196

Legea de compoziție $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, determină pe $\mathbb{R}$ o structură de grup, dacă și numai dacă:

A $n = 1$ B $n = 3$ C $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 2k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ E $n \geq 2,\ n \in \mathbb{N}$

197

In monoidul $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ mulțimea elementelor inversabile este:

A $\{A \mid \det A \neq 0\}$ B $\{A \mid \det A = 1\}$ C $\{-I_2, I_2\}$
D $\{A \mid \det A^2 = 0\}$ E $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$

198

Să se determine grupul $(G, *)$, știind că funcția

$$f : (0, \infty) \to G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor $((0, \infty), \cdot)$ și $(G, *)$.

A $G = (0, \infty)$ și $x * y = xy$
B $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy$
C $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy - x - y + 2$
D $G = \mathbb{R}$ și $x * y = x + y$
E $G = (1, \infty)$ și $x * y = x + y - 1$

199

Se consideră grupurile $G = (\mathbb{R}, +)$ și $H = (\mathbb{R}, *)$, unde $x*y = x+y+1$. Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ este izomorfism de la G la H, dacă și numai dacă:

A $a = b = 1$
B $a = -1,\ b = 1$
C $a \neq 0,\ b = -1$
D $a = 1,\ b \neq 0$
E $a = 1$, și $b = 0$

Fie monoidul $(M, \cdot)$ unde $M = \{A_a \mid a \in \mathbb{R}\}$ cu $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$.

200

Matricea $A_1 \cdot A_1$ este:

A A_1
B A_2
C A_3
D A_4
E A_{-1}

201

Elementul unitate este:

A I_3
B A_1
C A_0
D $A_{\frac{1}{2}}$
E A_{-1}

202

Inversul elementului A_1 este:

A $A_{\frac{1}{4}}$
B A_4
C $A_{\frac{1}{2}}$
D A_2
E A_{-1}

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = ax + by + c,\ a \neq 0, b \neq 0$.

203

$*$ este asociativă dacă și numai dacă

A $a = b, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = -1, c = 2$
E alt răspuns

204

$*$ este asociativă și admite element neutru dacă și numai dacă

A $a = b = 1, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$
E alt răspuns

205

$(\mathbb{R}, *)$ este grup dacă și numai dacă

A $a = b = 1, c = 0$
B $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$
C $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$
E alt răspuns

206

Funcția $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$, $f(x)=ax$ este automorfism al grupului $(\mathbb{Z},+)$ dacă și numai dacă:

A $a=1,$ B $a=-1$ C $a\in\{-1,1\}$ D $a\in\mathbb{Z}^*$ E $a\in\{0,1\}$

207

Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+1}$, $a,b\in\mathbb{R}$. Mulțimea perechilor $(a,b)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ pentru care imaginea funcției f este $\operatorname{Im} f=[-3,1]$ este:

A $\{(0,0)\}$ B $\{(1,-\sqrt{2})\}$ C $\{(2\sqrt{3},-2),(-2\sqrt{3},-2)\}$ D $\{(\frac{1}{2},\sqrt{2}),(-\frac{1}{2},\sqrt{2})\}$
E $\{(0,1),(1,0)\}$

208

Imaginea funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+ax+1}{x^2+x+1}$, $a\in\mathbb{R}$, este inclusă în intervalul $[0,2]$, dacă:

A $a\geq 3$ B $a\leq -2$ C $a\in[-1,0)$ D $a\in[0,2]$ E $a\in(-2,-1)$

209

Mulțimea valorilor lui x, pentru care este definit radicalul $\sqrt[6-x^2]{x}$, conține:

A 5 elemente B 7 elemente C un interval D 4 elemente E nici un element

210

Mulțimea numerelor complexe z care verifică ecuația $z^2-2|z|+1=0$ este:

A $\{-1,1\}$ B $\{1-i,\ i+1\}$ C $\{-1,1,\ (\sqrt{2}-1)i,\ (1-\sqrt{2})i\}$
D $\{-1,\ 1,\ 1-i\}$ E $\emptyset$

211

Se consideră ecuația $ax^2+bx+c=0$, unde a,b,c sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmații este adevărată?

A ecuația are o rădăcină pară
B ecuația are o rădăcină impară
C ecuația are două rădăcini pare
D ecuația nu are rădăcini întregi
E ecuația are două rădăcini impare

212

Ecuația $\sqrt{mx^2+x+1}+\sqrt{mx^2-x+1}=x$ are soluții reale dacă și numai dacă:

A $m=0$ B $m=1$ C $m=\frac{1}{2}$ D $m=\frac{1}{4}$ E $m>0$

213

Mulțimea valorilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care ecuația

$$x^4+4x^3+ax^2+4x+1=0$$

are toate rădăcinile reale este:

A $(-\infty,-10]$ B $(-\infty,-10]\cup\{6\}$ C $[4,\infty)$ D $\{0\}$ E $\emptyset$

214

Soluțiile ecuației $1-3^{x-1}+2^{\frac{x}{2}}-2^{\frac{x}{2}}3^{\frac{x-1}{2}}=0$ aparțin mulțimii:

A $[-3,0]$ B $[0,2]$ C $\{0;-2\}$ D $[3,\infty)$ E $\{\frac{1}{2}\}$

215

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\log_a \left(x^2+4\right) \geq 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, este:

A $(1, 2]$ B $[-2, 0)$ C $(0, 4]$ D $[2, 3]$ E $(1, 3)$

216

Soluția x a ecuației $\log_x(x+1) + \log_{x^3}(x^3+1) = 2\log_{x^2}(x^2+1)$ verifică:

A $x \in [0, 1)$ B $x \in \emptyset$ C $x \in (2, 3)$ D $x \in (3, 4)$ E $x \in (1, 2)$

217

Cel mai mare termen al dezvoltării binomului $\left(1+\sqrt{2}\right)^{100}$ este:

A T_{57} B T_{58} C T_{59} D T_{60} E T_{61}

218

Fie m, n, p numere naturale nenule, $m \neq n$. Dacă într-o progresie aritmetică avem $a_n = m$, și $a_m = n$, atunci a_p este egal cu:

A $m+n-p$ B $p-m-n$ C $m+n-2p$ D $2p-m-n$ E $m+n+p$

Fie polinomul $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$, unde a este un parametru real.

219 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

A $a = 1$ B $a = -1$ C $a = 2$ D $a = \frac{1}{2}$ E $a = -\frac{3}{2}$

220 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

A $a = 1$ B nu există un astfel de a C $a = -1$ D $a = 2$ E $a = -2$

Fie $x_n = (2+\sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

221 Câte perechi $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$ există pentru n fixat?

A 0 B 1 C 2 D 3 E o infinitate

222 Valoarea lui $a_n^2 - 3b_n^2$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E $\sqrt{3}$

223 Câte soluții are ecuația $x^2 = 3y^2 + 1$ în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

A 1 B 3 C 5 D 6 E o infinitate

224

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 și x_5 rădăcinile ecuației $x^5 + x^4 + 1 = 0$.

Valoarea sumei $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{x_i^4}$ este:

A -4 B -3 C -2 D -1 E 0

Ecuația $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$ are toate rădăcinile pozitive, a, $b \in \mathbb{R}$.

225 Media aritmetică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 1 B 2 C 0 D 4 E 8

226 Media geometrică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este

A 2 B 1 C 4 D 0 E 16

227 Valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația are toate rădăcinile reale și pozitive sunt:

A $a = 1, b = 0$ B $a = 24, b = 32$ C $a = 24, b = 1$ D $a = 32, b = 24$ E $a = 1, b = 32$

228 Fie $\alpha \in \mathbb{C}$ astfel ca $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o matrice, $A \neq O_2$, astfel încât

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(\alpha I_2 - A) = \alpha^2.$$

Valoarea lui $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2)$ este:

A -1 B 0 C 2 D α E 1

229 Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A \neq O_2$ și există $n \geq 6$ astfel ca $A^n = O_2$, atunci valoarea minimă a lui $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^p = O_2$ este:

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

230 Mulțimea $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$, $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, este un subgrup al grupului $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ dacă:

A $b = 0$ B $a = b$ C $|a| = |b|$ D $a = -b$ E $a^n = b$

231 Câte elemente inversabile are monoidului $\left(\mathbb{Z}\left[\sqrt{2}\right], \cdot\right)$?

A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate

232 Funcția $f(x, y) = \dfrac{ax + by}{1 + xy}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este o lege de compoziție pe intervalul $(-1, 1)$ dacă:

A $a = b = 2$ B $a + b \in (-1, 1)$ C $a \in (-1, 1)$ și $b \in (-1, 1)$ D $a = b \in [-1, 1]$ E $a + b = 1$

233 Fie $x * y = \dfrac{x + y}{1 + xy}$, $x, y \in (-1, 1)$. Numărul $\dfrac{1}{2} * \dfrac{1}{3} * \cdots * \dfrac{1}{1000}$ este:

A $\frac{500499}{500502}$ B $\frac{500499}{500501}$ C $\frac{500500}{500501}$ D $\frac{500501}{500502}$ E $\frac{500400}{500501}$

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

234 au 4 elemente, îl conțin pe 2 și nu îl conțin pe 3:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D C_6^4 E alt răspuns

235 cel mai mic element al fiecărei submulțimi este 1:

A C_6^3 B C_7^3 C C_8^3 D $2^8 - 1$ E alt răspuns

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. În câte moduri se poate scrie A ca reuniune a două mulțimi disjuncte și:

236 nevide?

A $2^8 - 1$ B C_8^2 C $2^7 - 1$ D $\left(C_8^2\right)^2$ E $2^8 - 2$

237 având număr egal de elemente?

A C_7^3 B C_8^4 C $\left(C_8^4\right)^2$ D 2^4 E 2^5

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

238 nu conțin numere pare:

A 15 B 16 C 32 D 127 E 128

239 conțin cel puțin un număr impar:

A 127 B 128 C 129 D 240 E 255

240 conțin atât numere pare cât și impare:

A 225 B 235 C 245 D 255 E alt răspuns

Un număr de 8 bile numerotate de la 1 la 8 se distribuie în 4 cutii etichetate A, B, C, D. În câte moduri se poate face distribuirea dacă se admit cutii goale și:

241 se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

242 nu este obligatoriu să se distribuie toate bilele?

A 2^{12} B 2^{15} C 2^{16} D 5^8 E C_8^4

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de două ori.

243 Probabilitatea de a obține aceeași valoare în ambele aruncări este:

A $\frac{1}{6}$ B $\frac{1}{36}$ C $\frac{1}{21}$ D $\frac{2}{7}$ E $\frac{5}{36}$

244 Probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este:

A $\frac{5}{6}$ B $\frac{5}{12}$ C $\frac{5}{18}$ D $\frac{5}{36}$ E $\frac{5}{72}$

245 Dacă știm că la a doua aruncare s-a obținut un număr mai mare decât cel de la prima aruncare, atunci probabilitatea ca la prima aruncare să fi obținut 3 este:

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{12}$

***

2

Analiză matematică

246

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right) \text{ este:}$$

A $\frac{1}{2}$ B 4 C 1 D ∞ E 0

247

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\sin\frac{x}{2^n}\right)^{2^n} \text{ este:}$$

A e B $\frac{2}{x}$ C e^x D e^{-x} E $\frac{1}{e}$

248

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\ln n}(\sqrt[n]{n}-1) \text{ este:}$$

A 1 B e C ∞ D 0 E $\frac{1}{e}$

249

Se dă șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$ prin relațiile:
$a_0=2$; $a_1=16$; $a_{n+1}^2=a_na_{n-1}$, $\forall n\geq 1$. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 0}$ este:

A 1 B 2 C 4 D 8 E ∞

250

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin: $x_{n+1}-a\,x_n+2=0$, $x_0=a$.
Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care șirul (x_n) este strict descrescător este:

A $\emptyset$ B $(-1,2)$ C $(-1,1)$ D $(0,\infty)$ E $(0,2)$

251 Fie $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ un număr fixat. Se consideră șirurile $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ definite prin $x_{n+1} = a^{\frac{1}{(n+1)!}} \cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}$, $n \geq 1$, $x_1 = 1$, $\quad b_n = \prod_{k=1}^{n} x_k$.

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$ este:

A $\sqrt{a}$ B a C a^2 D ∞ E 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \dfrac{2}{x_n}$, $x_0 = 1$.

252 Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

253 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}}$ este egală cu:

A 1 B 2 C 3 D π E ∞

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = e^{x_n} - 1$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

254 Numărul valorilor lui x_0 pentru care șirul este constant este:

A 0 B 1 C 2 D 5 E 10

255 Șirul este crescător dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $(-\infty, 0)$ B $[0, \infty)$ C $(-\infty, 0]$ D $(0, \infty)$ E $\mathbb{R}$

256 Dacă $x_0 > 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A ∞ B 0 C nu există D 1 E $2e$

257 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $(0, \infty)$

258 Pentru $x_0 = -1$, $\lim\limits_{n\to\infty} n x_n$ este:

A -2 B -1 C 0 D 1 E nu există

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 1}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1$, $x_1 \in \mathbb{R}$.

259 Dacă $x_{100} = 1$, atunci x_2 este:

A 1 B 0 C -1 D 2 E $\frac{1}{2}$

260 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_1 aparține mulțimii:

A $[0, 1]$ B $(0, 1)$ C $\{0, 1\}$ D $\{1\}$ E $[-1, 1]$

261 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_1 x_2 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $+\infty$ E nu există

262 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right)$ este:

A 1 B 2 C $\sqrt{2}$ D e E $+\infty$

263 Șirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = 2^{\frac{x_n}{2}}$, $x_0 \in \mathbb{R}$, are limita 2, dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $\{2\}$ B $[-2, 2]$ C $(-\infty, 2]$ D $[2, 4)$ E alt răspuns

Valorile limitelor următoare sunt:

264 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2}$

A 1 B 0 C $\dfrac{1}{2}$ D 2 E ∞

265 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt[n]{2})^n$

A $\dfrac{1}{2}$ B 0 C 1 D 2 E ∞

266 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt{2})(2 - \sqrt[3]{2}) \cdots (2 - \sqrt[n]{2})$

A 0 B 1 C 2 D $\sqrt{2}$ E e

267 Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un șir de numere reale, astfel ca șirul

$$1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - a_n \ln n,$$

$n \geq 1$, să fie mărginit. Limita șirului $(a_n)_{n\geq 1}$ este:

A e B 0 C ∞ D 1 E $\frac{1}{e}$

268

Fie $a \in \mathbb{R}$ astfel încât șirul $(x_n)_{n\geq 1}$,

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1}\right) - a\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right),$$

să fie mărginit. Limita lui este:

A 0 B $\ln 2$ C 2 D $-\ln 2$ E $\frac{1}{2}$

269

Fie $\gamma = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n\right)$ constanta lui Euler.
Limita $\lim_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\mathrm{e}^{1+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n-1}} - 2\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}}\right)$ este:

A $-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{\frac{\gamma}{2}}$ B e^{γ} C $-\frac{\gamma}{2}$ D $-\frac{\gamma}{4}$ E $\mathrm{e}^{\frac{\gamma}{2}}$

270

Valoarea limitei $\lim_{n\to\infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$ este:

A 3 B 0 C ∞ D 1 E nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro

271

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 - 1}$ este:

A 0 B $\frac{1}{2}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

272

$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2 - 3n + 1}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^2+n+1}{n+1}}$ este:

A e^6 B e^{-1} C e^{-3} D e^{-2} E e^9

273

$\lim_{n\to\infty} \frac{\ln(1 + e^{2n})}{\ln(1 + e^{3n})}$ este:

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\ln 2$

274

$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n + 1}\right)^{\frac{n+1}{n^2+1}}$ este:

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

275

Limita $\lim_{n\to\infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \cdots - 2n}{3n + 1}$ este:

A $\frac{1}{3}$ B -2 C ∞ D $\frac{2}{3}$ E $-\frac{1}{3}$

276

$\lim\limits_{n\to\infty}\prod\limits_{k=1}^{n}\dfrac{(k+1)^2}{k(k+2)}$ este:

A 5 B 4 C 1 D 2 E 3

277

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}$

A 1 B $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ C $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$ D ∞ E nu există

278

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}$ este:

A $-\frac{1}{3}$ B $-\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{2}$

279

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ este:

A 0 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

280

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{a_k a_{k+1}}$, unde (a_k), $k\in\mathbb{N}^*$, $a_1>0$, formează o progresie aritmetică cu rația $r>0$, este:

A ∞ B $\frac{1}{a_1 r}$ C 1 D a_1 E 0

281

Fie $S_n=\sum\limits_{k=2}^{n}\dfrac{k^2-2}{k!}$, $n\geq 2$. Alegeți afirmația corectă:

A $S_n<3$ B $S_n>3$ C $S_n=e$ D $S_n<0$ E $S_n=e-\dfrac{1}{2}$

282

Fie $n\in\mathbb{N}^*$ și fie $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}k!\cdot(k^2+1)$. Atunci S_n este:

A $(n+1)!\cdot n$ B $2\cdot n!\cdot n$ C $(n+1)!$ D $(n+1)!-n!+1$ E $(n+1)!+n!-1$

283

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{4k^2-1}$

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D -1 E nu există

284

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{6}{k(k+1)(k+3)}$$

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{7}{6}$ D 1 E $\frac{3}{2}$

285

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$, $x_n = \cos\left(\pi\sqrt{4n^2+n+1}\right)$, este:

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D nu există E 1.

Se consideră șirul $(a_n)_{n\geq 1}$, unde $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \dfrac{n^2-1}{a_n} + 2$, $n \geq 1$.

286

a_2 este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

287

$\lim_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{n}$ este:

A 1 B 0 C ∞ D 2 E 3

288

$\lim_{n\to\infty} \dfrac{\sum_{k=1}^{n} a_k^3}{n^4}$ este:

A $\frac{1}{4}$ B 1 C 0 D 2 E 4

289

$\lim_{n\to\infty} \dfrac{\sum_{k=1}^{n} a_k^k}{n^{n+1}}$ este:

A 0 B e C e^{-1} D e^2 E 1

290

$\lim_{n\to\infty} \dfrac{n^n}{e^n n!}$ este:

A 0 B 1 C e D $\sqrt{e}$ E ∞

291

Fie $p \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$, $q > 0$. Se cere valoarea limitei:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{qn+1}{qn} \frac{qn+p+1}{qn+p} \cdots \frac{qn+np+1}{qn+np}.$$

A $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ B $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$ C $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$ D $p\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ E $p^2\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

292

Fie x_0 un întreg pozitiv. Se definește șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\ \dfrac{1+x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \qquad n = 0, 1, \dots \end{cases}$$

Limita șirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D e E Nu există pentru unele valori ale lui x_0

293

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \cdots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}, \quad a > 0, \quad \text{este:}$$

A 0 B $\ln a$ C ∞ D e E a

294

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} \right) \text{ este:}$$

A 1 B $\frac{7}{2}$ C $\frac{8}{3}$ D $\frac{3}{2}$ E 0

295

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{C_n^k}{(2n)^k}$ este

A 0 B 1 C $e^{\frac{1}{2}}$ D e^2 E ∞

296

Fie $p_n = \prod\limits_{k=1}^{n} \cos(2^{k-1}x)$, $x \neq k\pi$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} p_n$ este:

A 1 B $\dfrac{\cos x}{x}$ C 0 D $\dfrac{\sin x}{x}$ E nu există

297

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{C_n^k}{n2^n + k} \text{ este:}$$

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞

298

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{kC_n^k}{n2^n + k} \text{ este:}$$

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞

299

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{\cos n\pi}{n}\right)^n \text{ este:}$$

A ∞ B 0 C 1 D e E nu există

300

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+x^n(x^2+4)}{x(x^n+1)}$, $x>0$ este:

A $\frac{1}{x}$ B ∞ C x D $\frac{x^2+4}{x}$ E alt răspuns

301

$\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \arcsin \dfrac{k}{n^2}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D $\frac{1}{2}$ E 2π

302

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 2}$, $\quad x_n = \sqrt[n]{1+\sum\limits_{k=2}^{n}(k-1)(k-1)!}$.

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{n}$ este:

A ∞ B $\frac{1}{e}$ C 0 D 1 E e

303

Fie $x\in\mathbb{R}$. Notăm cu $\lfloor x\rfloor$ partea întreagă a numărului x. Limita șirului

$$x_n = \frac{\lfloor x\rfloor + \lfloor 3^2x\rfloor + \cdots + \lfloor (2n-1)^2x\rfloor}{n^3}, \quad n\geq 1,$$

este:

A $\frac{x}{2}$ B 1 C 0 D $\frac{3x}{4}$ E $\frac{4x}{3}$

304

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}\ln\left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}}\right)$, unde $a\in(1,\infty)$, este:

A $1-\ln a$ B $1+\ln a$ C $2+\ln a$ D $-\ln a$ E $\ln a$

305

Șirul $\quad \sqrt[n]{2^{n\sin 1} + 2^{n\sin 2} + \cdots + 2^{n\sin n}}$, $\quad n = 2,3,\ldots,\quad$ este:

A convergent B mărginit și divergent C nemărginit și divergent
D cu termeni negativi E are limită infinită

306

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \cdots + \frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n}$ este:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 2 E nu există

307

Șirul $a_n = 1^9 + 2^9 + \cdots + n^9 - a\, n^{10}$, $a\in\mathbb{R}$, este convergent dacă:

A $a=9$ B $a=10$ C $a=1/9$ D $a=1/10$
E nu există un astfel de a

308

Fie șirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = ac + (a+ab)c^2 + \cdots + (a+ab+\cdots+ab^n)c^{n+1}$.
Atunci, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$ cu proprietățile $|c| < 1$, $b \neq 1$ și $|bc| < 1$, avem:

A (x_n) nu este convergent
B $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$
C $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 1$
D $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{a+bc}{(1-ab)c}$
E $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$

309

Pentru numărul natural $n \geq 1$, notăm cu x_n cel mai mare număr natural p pentru care este adevărată inegalitatea $3^p \leq 2008 \cdot 2^n$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{n}$ este:

A 0
B 1
C $\log_3 2$
D 2008
E Limita nu există

Fie $0 < b < a$ și $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ unde $x_0 = 1$, $x_1 = a + b$,

$$x_{n+2} = (a+b)x_{n+1} - ab\,x_n, \quad n \in \mathbb{N}$$

310

Dacă $0 < b < a$ și $l = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ atunci

A $l = a$
B $l = b$
C $l = \frac{a}{b}$
D $l = \frac{b}{a}$
E nu se poate calcula

311

Dacă $0 < b < a < 1$ și $L = \lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} x_k$ atunci:

A $L = 1$
B $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$
C $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$
D $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$
E $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$

312

Mulțimea tuturor valorilor lui a pentru care șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin recurența
$x_0 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$, este convergent este:

A $\{1\}$
B $[-1, 2]$
C $\{0\}$
D $(0, 1)$
E $[1, 3]$

313

$\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{(p+n)!}{n!n^p}\right)^n$, $p \in \mathbb{N}$ este:

A ∞
B 0
C e
D $e^{1/6}$
E $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$

314

Câte șiruri convergente de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ verifică relația

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}$?

A 1
B 10
C 0
D o infinitate
E 2

315

Șirul (x_n), $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ are limita $\frac{\pi^2}{6}$. Să se calculeze limita șirului (y_n), $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)^2}$.

A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{\pi^2}{3}$ C $\frac{\pi^2}{16}$ D $\frac{\pi}{3}$ E $\frac{\pi^2}{12}$

316

Fie x_n soluția ecuației $\operatorname{tg} x = x$ din intervalul $\left(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2}\right)$, $n \in \mathbb{N}$. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty} n\left(n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n\right)$$

este:

A 1 B 0 C $\dfrac{1}{\pi}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi}{4}$

317

Mulțimea valorilor funcției $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ este:

A $\left[-1, e^{\frac{1}{e}}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $[0, 1]$ D $\left(0, \frac{1}{e}\right) \cup [1, e]$ E $\left(0, e^{\frac{1}{e}}\right]$

318

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^x - x^{x^2}}{(1-x)^2}.$$

A e B -1 C 1 D $-e$ E 0

319

$$\lim_{x\to +0} \left((1+x)^x - 1\right)^x$$

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

320

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{x^3}$$

A 0 B $n/2$ C $n/3$ D $n/4$ E alt răspuns

321

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(x+\sqrt{2})^{\sqrt{2}} - (x-\sqrt{2})^{\sqrt{2}}}{x^{\sqrt{2}-1}}.$$

A $\sqrt{2}$ B $2\sqrt{2}$ C 4 D 0 E alt răspuns

322

$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+ax)^{\frac{1}{x}} - (1+x)^{\frac{a}{x}}}{x}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

A $\frac{a(1-a)}{2}$ B $a(1-a)$ C 0 D $a\,e$ E $\frac{a(1-a)}{2}e^a$

323

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\arcsin(\sin x)}{x}$$

A 0 B 1 C ∞ D $-\infty$ E nu există

324

$\lim\limits_{x\to 0} x\left\lfloor \dfrac{1}{x}\right\rfloor$ este:

A 0 B ∞ C nu există D -1 E 1

325

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sin\left(ax^2+bx+c\right)}{x^2-1}$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$ astfel încât $a+b+c=\pi$, este:

A $a+b$ B $\pi-a-b$ C $2a+b$ D $-\frac{2a+b}{2}$ E $2(a+b)$

326

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$ este:

A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞

327

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{\sqrt[3]{x+8}-2}$

A 3 B $\dfrac{1}{3}$ C $\dfrac{2}{3}$ D nu există E 0

328

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{m} \operatorname{arctg} k^2x}{\sum\limits_{k=1}^{m} \ln(1+k^3x)}$

A $\frac{m(m+1)}{m+2}$ B $\frac{2}{3}\frac{2m+1}{m(m+1)}$ C $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$ D 0 E $\frac{\pi}{2e}$

329

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a_1^x a_2^{2x}\cdots a_n^{nx}-1}{x}$, $\quad a_1,a_2,\ldots,a_n>0,\quad$ este:

A $\ln(a_1a_2\cdots a_n)$ B $\ln a_1+\ln a_2+\cdots+\ln a_n$ C $\ln(a_1a_2^2\cdots a_n^n)$ D $e^{a_1+2a_2+\cdots+na_n}$
E $e^{a_1+a_2+\cdots+a_n}$

330

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\left(2x+\sqrt{x^2-1}\right)^n+\left(2x-\sqrt{x^2-1}\right)^n}{x^n}$

A 2^n B 2^n-3^n C 1 D 3^n+1 E 0

331

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(x-x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right)$

A ∞ B $-\infty$ C 0 D 1 E $\frac{1}{2}$

332

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(x-\sqrt{x^2+x+1}\right)$

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{2}$ E 1

333

$$\lim_{x\to 0} xe^{-\frac{1}{x}}$$

A 0 B e C $-\infty$ D nu există E 1

334

$$\lim_{x\to\infty}\left(x\left(1+\frac{1}{x}\right)^x - ex\right)$$

A $-\frac{e}{2}$ B e C 0 D ∞ E $2e$

Valoarea limitelor:

335

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^n - \sin^n x}{x^{n+2}},\ n\in\mathbb{N},\ n\geq 2;$$

A ∞ B 0 C $-\frac{n}{6}$ D $\frac{n}{6}$ E 1

336

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{e^x-1}\right).$$

A e B $\frac{1}{2}$ C $\frac{e}{2}$ D $-\frac{1}{2}$ E 0

337

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}(\sin x)-x}{x^3}$$

A $1/3$ B $1/6$ C ∞ D -1 E $\pi/2$

338

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{a^x+b^x+c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}},\quad a,b,c>0,$$

A $\sqrt[3]{abc}$ B nu există C $\ln abc$ D $\frac{a+b+c}{3}$ E 1

339

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right)^{\frac{1}{x}}$$

A 1 B 0 C e D $\sqrt{e}$ E $\frac{1}{\sqrt{e}}$

340

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$$

A 1 B e^2 C $e^{\frac{3}{2}}$ D $e^{\frac{1}{2}}$ E e^3

341

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{tg} x}{x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$$

A $\sqrt[3]{2}$ B $\sqrt[3]{e}$ C e D e^{-1} E $e^{\frac{3}{2}}$

342 $\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+x+1}\,\frac{\ln(e^x+x)}{x}\right)$ este:

A 0 B 1 C -1 D $-\frac{1}{2}$ E ∞

343 $\lim_{x\to 0}(a^x+x)^{\frac{1}{\sin x}}$, $a>0$, este:

A ae B $e^{\ln a}$ C a D 1 E e^a

344 $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\left(x^2\right)^{\frac{1}{\ln x}}$

A 0 B e^2 C 1 D 2 E nu există

345 $\lim_{n\to\infty} n^2\cdot\left(e^{\frac{1}{n+1}}-e^{\frac{1}{n}}\right)$:

A -1 B 1 C $-\infty$ D Limita nu există E e

346 $\lim_{n\to\infty}\left(\lim_{x\to 0}\left(1+\operatorname{tg}^2(x)+\operatorname{tg}^2(2x)+\cdots+\operatorname{tg}^2(nx)\right)^{\frac{1}{n^3x^2}}\right)$ este:

A $e^{\frac{1}{3}}$ B e^3 C $\frac{1}{e}$ D 1 E ∞

347 Dacă $|a|>1$, atunci limita $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+a^n}$ are valoarea:

A 0 B 1 C 2 D ∞ E limita nu există, pentru $a<-1$

348 Pentru ce valori ale parametrilor reali a și b avem
$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}+\sqrt{x^2+2x+2}-ax-b\right)=0$?

A $a=b=1$ B $a=b=-1$ C $a=2,\ b=1$ D $a=1,\ b=2$ E $a=2,\ b=\frac{3}{2}$

Se consideră funcția $f\colon D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\arcsin\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

349 Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției este:

A $[-1,1]$ B $(-1,1)$ C $(0,1)$ D $[0,1]$ E alt răspuns

350 Mulțimea punctelor de derivabilitate ale funcției este:

A $[-1,1]$ B $[0,1]$ C $[0,1)$ D $(0,1)$ E alt răspuns

351 Mulțimea punctelor în care funcția are derivată este:

A $[-1,1]$ B $[0,1]$ C $[0,1)$ D $(0,1]$ E alt răspuns

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcției f dacă:

352 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ și $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este strict crescătoare B f este injectivă C f este surjectivă D f este inversabilă E f nu este injectivă

353 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

A f este descrescătoare B f este injectivă C f este surjectivă D f este inversabilă E f nu este injectivă

354 f este injectivă.

A f este surjectivă B f este strict monotonă C f are cel puțin două zerouri D f este inversabilă E f este o funcție impară

355 $\lim_{x\to\infty} \dfrac{(e^x+x)^{n+1} - e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}$, $n > 0$, este:

A 1 B $n+1$ C 0 D ∞ E e

356 Funcția f definită prin $f(x) = \lim_{n\to\infty} \dfrac{x^2e^{nx}+x}{e^{nx}+1}$

A este definită numai pentru $x \le 0$ B este definită și continuă pe $\mathbb{R}$ C este definită și derivabilă pe $\mathbb{R}$ D este definită pe $\mathbb{R}$ dar nu este continuă pe $\mathbb{R}$ E este definită numai pentru $x = 0$

357 Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \lim_{n\to\infty} \dfrac{x^n+x}{x^{2n}+1}$.
Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

A f nu e bine definită pe $(-\infty,-1)$ căci limita nu există. B f este continuă în 1. C singurul punct de discontinuitate este $x = 1$. D f are limită în $x = -1$. E f continuă pe $(-\infty, 1)$.

358 Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{1+x^{2n}}{1+x+x^2+\cdots+x^{2n}}$$

este:

A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$ C $\mathbb{R}^*$ D $\mathbb{R} \setminus \{-1,0,1\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

359 Ecuația $x^2+1 = me^{-\frac{1}{x}}$, unde m este un parametru real, are trei soluții reale și distincte dacă:

A $m = -1$ B $m = 2e$ C $m = \pi$ D $m = 3\sqrt{2}$ E $m = 7$

360

Ecuația $m\, e^{\frac{2}{x-1}} = x$, $m \in \mathbb{R}$, are două rădăcini reale și distincte dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(0, \infty)$ B $(1, \infty)$ C $(-\infty, 1)$ D $(0, 1)$ E $(-1, 1)$

361

Fie funcția $f(x) = \dfrac{|x^3 - 1|}{ax^2 + bx}$. Valorile numerelor reale a și b pentru care dreapta $y = x+4$ este asimptotă la ∞ sunt:

A $a = 4; b = 1$ B $a = 1; b = -4$ C $a = -4; b = 1$ D $a = 1; b = 4$
E $a = -1; b = -4$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{x^2 - x + 1}$.

362 Ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $y - 2x + 1 = 0$ B $2y - 2x + 1 = 0$ C $y - 4x - 1 = 0$ D $4y - x + 1 = 0$
E $4y - 4x + 1 = 0$

363 Ecuația normalei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

A $2y - 2x + 1 = 0$ B $\frac{1}{4}y - 2x + 1 = 0$ C $y - x + 1 = 0$ D $y + \frac{1}{4}x - 1 = 0$
E $4y - x + 1 = 0$

364

Fie polinomul $P(x) = ax^3 + x^2 - bx - 6$, $a, b \in \mathbb{R}$. Valorile lui a și b pentru care polinomul $P(x+1) + P'(x)$ este divizibil cu $x - 1$ și $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{P(x)}{x(bx+1)(x-1)} = \dfrac{1}{3}$ sunt:

A $a = -1,\ b = 2$ B $a = 1,\ b = 0$ C $a = 3,\ b = \frac{1}{2}$ D $a = 0,\ b = 0$
E nu există astfel de a și b

365

Funcția $f(x) = \dfrac{1}{1 - e^{\frac{1}{x}}}$, $x \in (0, \infty)$, admite asimptota oblică de ecuație:

A $y = -x - 1$ B $y = -x + \frac{1}{2}$ C $y = -x + 1$ D $y = -x$ E $y = x$

366

Fie $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + bx + 2}{x^2 + 2x + c}$, D-domeniul maxim de definiție al lui f. Mulțimea tuturor valorilor $(b, c) \in \mathbb{R}^2$ pentru care funcția f are o singură asimptotă verticală și graficul lui f nu intersectează asimptota orizontală este:

A $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b \neq 0,\ c = 1\}$ B $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1\}$
C $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b = 3,\ c = 1\}$ D $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1,\ b = 2 \text{ sau } c = 1,\ b = 3\}$
E nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect

367

Graficul funcției $f : \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x-3}$ admite:

A o asimptotă verticală și una orizontală
B o asimptotă verticală și una oblică
C o asimptotă orizontală și una oblică
D o asimptotă verticală și două oblice
E o asimptotă verticală și două orizontale

Fie $f : [0,\infty) \setminus \{1,2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{mx-3}{x^2-3x+2}$, unde m este un parametru real.

368

Numărul asimptotelor funcției f este:

A 1 B 2 C 3 D 4
E numărul asimptotelor depinde de m.

369

Numărul valorilor întregi ale parametrului m pentru care f are trei puncte de extrem este:

A infinit B 4 C 3 D 2 E 1

370

Valorile lui $m \in R$ astfel încât $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{(m-1)^2x^2+1}}{3x+2} = -1$ sunt:

A $-2, 4$ B $-1, 3$ C $2, 3$ D $-1, 4$ E $-2, 2$

371

Funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x-a}{x^2-b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, are pe domeniul maxim de definiție două asimptote verticale dacă și numai dacă:

A $a = b = 0$ B $a = 1,\ b = -1$ C $a = b = 1$ D $a = 2,\ b = 1$ E $b > 0,\ a^2 \neq b$

372

Abscisele punctelor în care graficele funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^6 \quad \text{și} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt:

A $\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ D nu există E 0

373

Egalitatea

$$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} b = \operatorname{arctg} \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă și numai dacă numerele reale a și b satisfac condiția:

A $ab > 1$ B $ab < 1$ C $ab \neq 1$ D $ab > 0$ E $b = 0,\ a \in \mathbb{R}$

374

Numărul de valori ale parametrului real $a \in [0,1]$ pentru care funcția $f : [0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - |x-a|$, este convexă pe $[0,1]$ este:

A 0 B 1 C 2 D 4 E infinit

375

Fie $Q(x)$ câtul împărțirii polinomului $P(x) = 99(x^{101} - 1) - 101\,x(x^{99} - 1)$ la $(x-1)^3$. Valoarea $Q(1)$ este:

A 9999 B 18000 C 5050 D 3333 E alt răspuns

376

Funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este derivabilă și sunt verificate condițiile: $f(0) = 2,\ \ f'(x) = 3\,f(x),\ \ \forall x \in \mathbb{R}.$ Valoarea $f(\ln 2)$ este:

A 2 B 4 C 6 D 16 E 32

377

Care dintre următoarele afirmații este adevărată pentru orice funcție $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ care are derivată strict pozitivă?

A f este crescătoare pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B f este crescătoare pe $(0, \infty)$
C f este descrescătoare D f este mărginită E f este convexă

378

O funcție polinomială neconstantă $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, este strict crescătoare dacă și numai dacă:

A $P'(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ B $P'(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ C $P'(x) \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$
D $P''(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ E $P''(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

Se consideră funcția $f\colon\ [-2, 1] \to M,\ M \subset \mathbb{R},\quad f(x) = \left|x^3 + x^2\right|.$

379

Numărul punctelor de extrem ale funcției f este:

A 5 B 3 C 2 D 1 E 4

380

f este surjectivă pentru M egal cu:

A $[0, 4]$ B $[0, \infty)$ C $[0, 2]$ D $[0, 27]$ E $\mathbb{R}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+2019)$ și fie $g = f \circ f \circ f$.

381

$f'(0)$ este:

A $2019!$ B 0 C $2018!$ D $2019! + 2018!$ E $2019! - 2018!$

382

$g'(0)$ este:

A $2019!^3$ B 2019^3 C 2019^2 D $2019!^2$ E $2019!$

383

Numărul punctelor de extrem ale funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ este:

A 9 B 7 C 5 D 3 E alt răspuns

384 Să se studieze derivabilitatea funcției $f:[1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}$.

A f derivabilă pe $(2,\infty)$
B f are în $(5,0)$ punct de întoarcere
C f are în $(5,0)$ punct unghiular
D f este derivabilă în $x=5$
E f este derivabilă numai pe $(5,\infty)$

385 Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[5]{\frac{1}{6}x^3-x+\sin x}$, atunci $f'(0)$ este:

A $1/\sqrt[5]{120}$ B $-1/\sqrt[5]{120}$ C ∞ D nu există E $-\infty$

386 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?

A f nu e continuă în 0
B f este derivabilă în 0
C f nu are limită în 0
D $\exists \lim\limits_{x\to 0} f'(x)$
E f are limită la $+\infty$, egală cu 1, și la $-\infty$, egală cu -1

387 Se consideră funcția $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1}+\arcsin\frac{1}{x}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției f. Mulțimea valorilor funcției f este:

A $\left(-\infty,\frac{\pi}{2}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $\left(-\frac{\pi}{2},\infty\right)$ D $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ E $\left(-\infty,-\frac{\pi}{2}\right]\cup\left[\frac{\pi}{2},\infty\right)$

Se consideră funcția $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(1+\sqrt{|x|}-x)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

388 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{\sqrt{|x|}}$ este:

A 0 B 1 C -1 D e E ∞

389 $f'(\frac{1}{4})$ este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{2}$

390 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

391 Valoarea lui a pentru care funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x|x-a|$, este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A $a=1$ B $a=-1$ C $a=0$ D $a=2$ E $a=-2$

392 Fie g și h două funcții derivabile pe $\mathbb{R}$ și $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=g(x)|h(x)|$. Dacă $h(x_0)=0$, atunci funcția f este derivabilă în x_0 dacă și numai dacă:

A $h'(x_0)=0$ B $g(x_0)>0$ C $g(x_0)=0$ D $g(x_0)h'(x_0)=0$ E alt răspuns

393

Funcția $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax}{x^2+b}, & 0 \le x \le 1 \\ \ln(x^2-3x+3)+2x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, este o funcție derivabilă pentru:

A $a = 6,\ b = 2$ B $a = 8,\ b = 3$ C $a = 8,\ b = 30$ D $a = 10,\ b = 4$ E $a - 2b = 1$

394

Derivata funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$, în punctul zero, este:

A ∞ B 0 C $1/3$ D 1 E nu există

395

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Valoarea lui $(f^{-1})'(3)$ este:

A 1 B -1 C $\frac{1}{3}$ D -2 E $\frac{1}{5}$

396

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + \alpha x + \beta}{x-1}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Valorile lui α și β pentru care f admite un extrem în punctul $M(0,1)$ sunt:

A $\alpha = 1,\ \beta = -1$ B $\alpha = 0,\ \beta = 1$ C $\alpha = \beta = 2$ D $\alpha = 3,\ \beta = -1$
E $\alpha = -1,\ \beta = 1$

397

Se consideră funcția $f : [-1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2+x+1) & ; \quad -1 \le x \le 0 \\ \sqrt{x|x^2-4|} & ; \quad x > 0 \end{cases}.$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare și cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcției f. Atunci:

A $\alpha = 5,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$ B $\alpha = 5,\ \beta = \gamma = 1$ C $\alpha = 5,\ \beta = 2,\ \gamma = 0$
D $\alpha - \beta = 4,\ \beta - \gamma = 1$ E $\alpha = 4,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$

398

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + x^2) - x$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

A f e strict pozitivă pe $\mathbb{R}$ B f e strict crescătoare pe $\mathbb{R}$
C f e strict negativă pe $\mathbb{R}$ D f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (-\infty, 0)$
E f verifică inegalitatea $f(x) > 0$, $\forall x \in (0, \infty)$

399

Derivata de ordinul 100, $\left(x^{99} \ln x\right)^{(100)}$, $x > 0$, este:

A $100!x$ B $\dfrac{100!}{x}$ C $-100!x$ D $99!x$ E $\dfrac{99!}{x}$

400

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 4$. Valoarea lui $(f^{-1})'(4)$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{116}$ E $\frac{1}{68}$

401 Dacă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este o funcție cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât $f(2) = f'(2) = f''(2) = 2$, iar funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este definită prin $g(x) = f\left(\sqrt{x^2+3}\right)$, atunci:

A $g(1) = g'(1) = 2$ B $g'(1) = \sqrt{2}$ C $g(1) + g''(1) \in \mathbb{N}$ D $g'(1) = g''(1) = 1$
E $g'(1) = 1,\ g''(1) = \frac{5}{4}$

Fie funcția f dată prin $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$

402 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1; 0; 1\}$ C $\emptyset$ D $\{0; 2\}$ E $\{0; 1\}$

403 Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcției este:

A $\{0\}$ B $\{-1; 0; 1\}$ C $\emptyset$ D $\{0; 2\}$ E $\{0; 1\}$

Fie $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ o funcție de două ori derivabilă astfel încât $f''(x) = \dfrac{1}{x}$, $\forall x > 0$ și $f(1) = f'(1) = 0$.

404 $f'(x)$ are expresia:

A $-\frac{1}{x^2}$ B $1 - \frac{1}{x^2}$ C $\frac{1}{x^2} - 1$ D $\ln x$ E Alt răspuns

405 $f(x)$ are expresia:

A $\frac{2}{x^3}$ B $\frac{2}{x^3} - 2$ C $x \ln x - x$ D $x \ln x + x - 1$ E Alt răspuns

406 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $\ln x = 1 - \frac{1}{x}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E Alt răspuns

Se dă funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 2^{x^4} + 2^{x^2-1}$.

407 Care este valoarea lui $f(-1)$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

408 Care este soluția inecuației $f(x) \le 3$?

A $\emptyset$ B $[-1, 1]$ C $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ D $(-\infty, -1]$ E alt răspuns

409 Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Se consideră funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x^2}$

410 Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcției este egală cu:

A 25 B 1 C $5+\sqrt{17}$ D 5 E $5-\sqrt{17}$

411 Aria mărginită de graficul funcției f', dreptele $x=-2, x=1$ și axa OX este egală cu:

A $\frac{1}{e}-\frac{4}{e^2}$ B $\frac{4}{e^2}-\frac{1}{e}$ C $\frac{3}{e}-\frac{4}{e^4}$ D 1 E alt răspuns

412 Funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\alpha x^2+1-\ln(1+x)$, $\alpha\in\mathbb{R}$, are două puncte de extrem local pentru:

A $\alpha=-2$ B $\alpha=-1$ C $\alpha\in(-2,-1)$ D $\alpha>2$ E $\alpha<-2$

413 Se dă funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(x^2+6x+m)$, unde m este un parametru real. Funcția f admite puncte de extrem pentru:

A $m\in(-\infty,10]$ B $m\in(10,\infty)$ C $m\in\mathbb{R}$ D $m\in(-\infty,10)$ E $m\in[10,\infty)$

414 Inegalitatea $a^x\geq x+1$ are loc pentru orice $x\in\mathbb{R}$ dacă și numai dacă:

A $a=1$ B $a=e$ C $a>1$ D $a>e$ E $a<e$

415 Dacă ecuația $a^x=x$, cu $a>1$ are o singură soluție reală atunci:

A $a=\frac{1}{e}$ B $a=e$ C $a=e^{\frac{1}{e}}$ D $a=e^e$ E $a=\frac{1}{e^e}$

416 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care ecuația $a^x=x+2$, are două soluții reale este:

A $(1,\infty)$ B $(0,1)$ C $(\frac{1}{e},e)$ D $(\frac{1}{e^e},e^e)$ E $(e^{\frac{1}{e}},\infty)$

417 Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care inegalitatea $a^x\geq x^a$, are loc pentru orice $x>0$ este:

A $\{e\}$ B $(0,1)$ C $(1,\infty)$ D $(\frac{1}{e},1)$ E $(1,e)$

418 Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{x^2+2x+2}$ are proprietatea:

A este crescătoate pe $\mathbb{R}$

B este descrescătoare pe $(-\infty,0]$ și crescătoare pe $[0,\infty)$

C este impară

D $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=2$

E graficul funcției f intersectează axa Ox într-un punct.

419

Să se determine un punct $P(x_0, y_0)$ pe curba a cărei ecuație este $y = (x-2)\sqrt{x}$, $x > 0$, în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuație $2y = 5x + 2$.

A $P(4,4)$ B $P(9,21)$ C $P(1,-1)$ D $P(2,0)$ E $P(3,\sqrt{3})$

420

Ecuația tangentei comune la graficele funcțiilor $f, g\colon \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, $g(x) = \dfrac{1}{x}$ este:

A $y = -4x - 1$ B $y = -x - 4$ C $y = -2x - 4$ D $y = -4x - 4$
E graficele nu admit tangentă comună

421

Funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + a}$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 1$ sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

A $a = 1 + e$ B $a = 0$ C $a = 1$ D $a = e - \pi$ E $a = -1$

422

Ecuația tangentei la graficul funcției $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+1}}$ în punctul de abscisă $x = 2$ este:

A $x - 7y - 2 = 0$ B $x - 6y - 2 = 0$ C $x - 5y - 2 = 0$ D $x - 4y - 2 = 0$
E $x - 3y - 2 = 0$

423

Graficele funcțiilor $f(x) = ax^2 + bx + 2$ și $g(x) = \dfrac{x-1}{x}$ au tangentă comună în punctul de abscisă $x_0 = 1$ dacă:

A $a + b = -1$ B $a = 0,\ b = 1$ C $a = 1,\ b = -2$ D $a = 3,\ b = -5$
E $a = 3,\ b = -4$

424

Tangenta la graficul funcției $f(x) = (a\sin x + b\cos x)e^x$ în punctul $(0, f(0))$ este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

A $a = b = 1$ B $a = 2,\ b = 1$ C $a - b = 1$ D $a + b = 1$ E $a^2 + b^2 = 1$

425

Fie x_1 cea mai mică rădăcină a ecuației $x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0$. Atunci $\lim\limits_{m\to\infty} x_1$ este:

A 1 B $\dfrac{3}{2}$ C 0 D $-\dfrac{1}{2}$ E -1

426

Mulțimea valorilor paramentrului real a pentru care ecuația $ax - \ln|x| = 0$ are trei rădăcini reale distincte este:

A $(-\infty, 0)$ B $(0,1)$ C $(-e^{-1}, 0) \cup (0, e^{-1})$ D (e^{-1}, ∞) E $\emptyset$

Fie funcția $f : (-\infty, -1) \bigcup (-1, 1) \bigcup (1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{2x}{1 - x^2}.$$

427 $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$ este:

A π B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D -1 E ∞

428 Mulțimea valorilor funcției este:

A $\{-\pi, 0, \pi\}$ B $\{0\}$ C $\mathbb{R}$ D $(-1, \infty)$ E $(0, \infty)$

429 Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care este adevărată egalitatea

$$2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \frac{2x}{1 + x^2} = \pi$$

este:

A $(0, \infty)$ B $(-\infty, -1) \cup [1, \infty)$ C $[1, \infty)$ D $[-1, 1]$ E $[2, \infty)$

Fie $f(x) = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{arctg} |x|$.

430 Domeniul maxim de definiție al funcției este :

A $[-1, 1]$ B $(-1, 1)$ C $\mathbb{R}$ D $\mathbb{R}^*$ E $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

431 $f(\pi)$ este:

A 1 B $\frac{\pi}{4}$ C π D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $\frac{\pi}{2}$

432 Funcția este strict descrescătoare pe:

A $\mathbb{R}$ B $(-1, 0)$ C $(0, 1)$ D $(-\infty, -1)$ E $(-\infty, -1]$

433 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^*$ o funcție care admite primitive și verifică relațiile $\cos f(x) = 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ și $|f(\pi) - \pi| \leq \pi$. $f(100)$ este:

A 16π B 8π C 4π D 2π E 0

434 O primitivă a funcției $f : (0, 1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x - x^2}}$, este:

A $\arccos \sqrt{x}$ B $\arcsin \sqrt{x}$ C $\arccos \frac{1}{x}$ D $\arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}$ E $\operatorname{arctg} \sqrt{x}$

435

Mulțimea primitivelor funcției $f : \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{\cos^2 x}$, este:

A $x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ B $-x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ C $x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + c$
D $-x \operatorname{tg} x - \ln(-\cos x) + c$ E $x \operatorname{tg} x + \ln(-\cos x) + c$

436

Mulțimea primitivelor funcției $f : \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\sin x}{1 + \sin x}$, este:

A $x + \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ B $\frac{1}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ C $x + 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ D $\frac{2}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ E $x + \frac{2}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$

437

O primitivă a funcției $f\colon (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$ este:

A $\arcsin e^x$ B $\arccos e^x$ C $\operatorname{arctg} x$ D $\ln\left(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}\right)$ E $2\sqrt{e^{2x} - 1}$

438

Mulțimea primitivelor funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$ este:

A $\ln \frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ B $\ln \frac{1}{\sqrt{e^x+1}+1} + c$ C $2\sqrt{e^x + 1} + c$
D $-\ln\left(\sqrt{e^{-x} + 1} + e^{-x/2}\right) + c$ E $\ln\left(\sqrt{e^x + 1} - e^x\right) + c$

439

Mulțimea primitivelor funcției $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x(x^3 + 1)}$ este:

A $\ln x - \ln(x^3 + 1) + c$ B $\ln \frac{x^3}{x^3+1} + c$ C $\frac{1}{3} \ln \frac{x^3}{x^3+1} + c$
D $\ln x + \operatorname{arctg} x + c$ E $\ln x \ \ln(x + 1) + c$

440

Mulțimea primitivelor funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x\left(x^2 - 2x + 1\right)}{\left(x^2 + 1\right)^2}$ este:

A $e^x \operatorname{arctg} x + c$ B $e^x\left(1 + x^2\right)^{-1} + c$ C $\frac{xe^x}{x^2+1} + c$ D $\frac{x^2e^x}{x^2+1} + c$ E $\frac{(x+1)e^x}{x^2+1} + c$

441

Mulțimea primitivelor funcției $f : (-\infty, -1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ este:

A $\arccos \frac{1}{x} + c$ B $\arcsin \frac{1}{x} + c$ C $-\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} + c$ D $\ln \sqrt{x^2 - 1} + c$
E $\operatorname{arctg} \frac{1}{x} + c$

442

Mulțimea primitivelor funcției $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^x + \cos x}{e^x + \cos x + \sin x},$$

este:

A $\ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ B $x + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$
C $\frac{x}{2} + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ D $\frac{1}{2}[x + \ln(e^x + \cos x + \sin x)] + c$
E $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$

443 $\displaystyle\int_{-2}^{0} \frac{x}{\sqrt{e^x + (x+2)^2}}\,\mathrm{d}x$ este:

A -1 B -2 C $-e$ D $2-e$ E alt răspuns

444 $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{x^2+1}{x^4+1}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$ B $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$ C $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$ D $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

445 Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$
are primitive dacă și numai dacă:

A $a=0$ B $a=1$ C $a=-1$ D $a>0$ E $a<0$

446 Fie $F\colon \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ astfel ca: $F'(x) = \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$, $F(-1)=1$ și $F(1)=0$. Atunci $F(e)+F(-e)$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E nu există o astfel de funcție F

Fie F o primitivă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{x^2}$.

447 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D ∞ E e

448 $\displaystyle\lim_{x\to \infty} \frac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este:

A ∞ B 1 C $\frac{1}{2}$ D 0 E e

449 Integrala $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $-\frac{1}{16} - \ln\frac{15}{16}$ B $\ln 3 - 1$ C $\ln\frac{3}{4} - 1$ D $-\frac{1}{4} + \operatorname{arctg}\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}$

450 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\int_0^x \frac{\mathrm{d}y}{2+\cos y}$

A 0 B nu există C $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E ∞

451

$$\int_{-5}^{5} (2x-1)\operatorname{sgn} x \ \mathrm{d}x$$

A 0 B -50 C 10 D 15 E 50

452

$$\int_{0}^{2} \frac{2x^3-6x^2+9x-5}{(x^2-2x+5)^n}\,\mathrm{d}x$$

A 1 B -1 C 0 D $\frac{2}{n}$ E $\frac{n}{2}$

453

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x$$

A $\dfrac{\pi}{4}+1$ B $\pi+\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{3}{2}$ E $\pi+\dfrac{1}{4}$

454

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{3-x}}\,\mathrm{d}x \text{ este:}$$

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{4}{3}$ D $\frac{3}{4}$ E $\frac{5}{3}$

455

$$\int_{3}^{8} \frac{\mathrm{d}x}{x-1+\sqrt{x+1}}$$

A $\frac{2}{3}\ln\frac{25}{8}$ B $\ln 3$ C 5 D $\sqrt{11}$ E $3\operatorname{arctg}\sqrt{3}-2$

456

$$\int_{\sqrt{e}}^{e} \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x \text{ este:}$$

A $\frac{3}{8}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{e}{2}$ D $\frac{2}{e}$ E $\frac{1}{8}$

457

Dacă funcția polinomială $P\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$P(1)+\cdots+P(n)=n^5, \quad n=1,2,\ldots,$ atunci integrala $\displaystyle\int_0^1 P(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$ D 1 E 0

458

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\sin x}{\cos^3 x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{1}{2}-\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$ D $\frac{\pi}{2}-1$ E $\frac{\pi}{8}-2$

459

Să se calculeze $\int_0^{2\pi} \sin(mx)\cos(nx)\,\mathrm{d}x$, unde m și n sunt două numere întregi.

A 0 B $m\pi$ C π D 1 E $(n+m)\pi$

460

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,\mathrm{d}x$$

A $\operatorname{arctg} e$ B $\frac{\pi}{2}$ C $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$ D 0 E $\operatorname{arctg} e + \pi$

461

$$\int_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{4014}{e}(e-1)$ B $\frac{4016}{e}(e-1)$ C ∞ D $\frac{2}{e}(e-1)$ E $2006 - \frac{2006}{e}$

462

$$\int_{-1}^2 \min\{1, x, x^2\}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{6}{5}$ B $\frac{5}{6}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{4}{3}$ E 0

463

Integrala $\int_1^e \ln x\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

464

Integrala $\int_1^e \ln^2 x\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

465

Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x\,\mathrm{d}x$.

A $\frac{1-\ln 2}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{2}\ln 2$ D $\ln 2$ E 1

466

Soluția ecuației $\int_0^x t\,e^t\,\mathrm{d}t = 1$ este:

A 1 B 2 C 0 D $e-1$ E $e-2$

467

$$\int_1^{2e} |\ln x - 1|\,\mathrm{d}x$$

A $2\ln 2$ B $2(e\ln 2 - 1)$ C $e\ln 2$ D 1 E $\ln 2 - 1$

468

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x \, dx$$

A π B $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ C $\frac{2\pi}{3}$ D $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ E $\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

469

$$\int_1^{e} \frac{1 + \ln x}{x} \, dx$$

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{5}{2}$ E 2

470

Să se calculeze $\displaystyle\int_0^{a} \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}} \, dx$, unde $a > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$

A $\frac{1}{2na}$ B $\frac{n}{2a}$ C $\frac{a}{2n}$ D $2an$ E $\frac{2a}{n}$

471

$$\int_{-1}^{1} \sin x \ln(2 + x^2) \, dx$$

A 0 B $\ln 2$ C 1 D $\frac{\pi}{2}$ E $\ln 3$

472

$\int_0^1 x \ln(1 + x) \, dx$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{2} \ln 2$ C $\ln 2$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4} \ln 2$

473

$\lim\limits_{a \to 1} \displaystyle\int_0^a x \ln(1 - x) \, dx, \quad a \in (0, 1)$:

A 0 B $-\frac{1}{4}$ C $-\frac{1}{2}$ D $-\frac{3}{4}$ E -1

474

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 \cos x + 3}$ este:

A 0 B $\frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{5}}$ C $\operatorname{arctg} \sqrt{5}$ D $\operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}}$ E $\frac{1}{\sqrt{5}}$

475

$\displaystyle\int_0^{4\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x}$ este:

A $\frac{4\pi}{3}$ B 0 C $\frac{4}{5}\pi$ D $\frac{5}{4}\pi$ E π

476 Integrala $\int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor \mathrm{d}x$, $n \in \mathbb{N}^*$ este:

A $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$ B 0 C $3n$ D $\frac{4n}{5n+1}$ E $6n$

477 Valoarea lui $I_n = \int\limits_1^n \frac{\mathrm{d}x}{x+[x]}$ este:

A $\ln \frac{2n-1}{2}$ B $\ln \frac{3\cdot 5\cdot\dots\cdot(2n-1)}{2\cdot 4\cdot\dots\cdot(2n-2)}$ C $\ln 2 - \ln(2n-1)$ D $\frac{1}{2}\ln x$ E $\frac{1}{2}\ln n$

478 Fie n un număr natural nenul. Să se calculeze $\int_0^1 \{nx\}^2 \,\mathrm{d}x$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului a.

A 1 B $\frac{1}{n}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

479 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^{n+2}\, x + \mathrm{tg}^n\, x)\mathrm{d}x$, unde $n > 0$, este:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{1}{n}$ C $\pi/4$ D $n+\frac{\pi}{4}$ E 1

480 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^9\, x + 5\,\mathrm{tg}^7\, x + 5\,\mathrm{tg}^5\, x + \mathrm{tg}^3\, x)\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{24}{25}$ B $\frac{\pi}{24}$ C $\frac{25}{24}$ D $\frac{\pi}{25}$ E 1

481 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x}\right) \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{3}$ E 1

482 $\int_0^{2\pi} \cos^2(nx)\,\mathrm{d}x$, unde n este un număr natural nenul, este:

A 0 B π C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{n}$ E $n\pi$

483 Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $L(a) = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [ne^{ax}]\,\mathrm{d}x$, atunci mulțimea soluțiilor inecuației $L(a) \le e$ este:

A $\{0,1\}$ B $\{1,2\}$ C $\emptyset$ D $\{0\}$ E $\mathbb{N}^*$

484

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^3} \sum\limits_{k=1}^{2n} \dfrac{k^2}{8} \arcsin \dfrac{k}{2n}$ este:

A 0 B $\dfrac{\pi}{3}$ C $\dfrac{\pi}{6} - \dfrac{2}{9}$ D $\dfrac{-\pi}{3}$ E 1

485

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, \mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $\frac{\pi^2-4}{16}$ C $\frac{\pi^2}{4} - 1$ D $\frac{\pi}{2}$ E alt rezultat

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $f(a) = \displaystyle\int_0^1 |x - a| \, \mathrm{d}x$.

486 Valoarea $f(2)$ este:

A $-\frac{5}{2}$ B 0 C $\frac{x^2}{2} - 1$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

487 Valoarea $f'(2)$ este:

A 1 B 0 C x D $-\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

488 Valoarea minimă a funcției este:

A 0 B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

489

$\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\sin(2x)}{\sin^4 x + \cos^4 x} \, \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{4}$ B 2 C 0 D π E 1

490

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, \mathrm{d}x$

A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\frac{4}{3}$

491

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x| \, \mathrm{d}x$

A 1 B $2(\sqrt{2} - 1)$ C $2\sqrt{2}$ D $2 - \sqrt{2}$ E 3

492

$$\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x)\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $8\pi^2$ C 1 D 2π E $\frac{\pi^2}{2}$

493

$$\int_0^{\pi} \arcsin\left(\cos^3 x\right)\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B 0 C 1 D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{6}$

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=\dfrac{\sin^{2n}x}{\cos^{2n}x+\sin^{2n}x}$, unde $n\in\mathbb{N}^*$ este fixat.

494 Funcția f este o funcție periodică având perioada principală egală cu:

A 2π B $\frac{\pi}{2}$ C π D $\frac{\pi}{4}$ E alt răspuns

495 Funcția $f+c$, $c\in\mathbb{R}$, are o primitivă periodică dacă și numai dacă c are valoarea:

A π B $\frac{-1}{2}$ C $\frac{-\pi}{4}$ D $-\pi$ E 2π

496

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^{\pi/3}\frac{\sin^n x}{\sin^n x+\cos^n x}\,\mathrm{d}x$$

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{6}$ D 0 E ∞

497

$$\int_0^{2\pi}\frac{x\ \sin^{100}x}{\sin^{100}x+\cos^{100}x}\ \mathrm{d}x$$

A 0 B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{2}$ D 2π E π^2

498

Se consideră funcțiile: $f_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{1}{x(x^n+1)}$, $n\in\mathbb{N}^*$ și fie $F_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ primitiva funcției f_n al cărei grafic trece prin punctul $A(1,0)$. Soluția inecuației $|\lim\limits_{n\to\infty}F_n(x)|\le 1$ este:

A $(0,e]$ B $[\frac{1}{\sqrt{e}},e]$ C $[\frac{1}{e},e]$ D $[\frac{1}{e},\infty)$ E $\emptyset$

499

$$\lim_{x\to\infty}\int_0^x t^2e^{-t}\,\mathrm{d}t$$

A 0 B $\ln 3$ C 2 D 1 E ∞

500

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\int_1^n \frac{x-1}{x+1}\,\mathrm{d}x$$

A 0 B 1 C 2 D e E ∞

Fie $I_n = \int_0^1 x^{2004}\cos(n\,x)\,\mathrm{d}x,\ \ n \in \mathbb{N}$.

501 Limita șirului (I_n) este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

502 Limita șirului $(n\,I_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

Să se calculeze:

503 $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^3-x-2}{x^3e^x}\,\mathrm{d}x;$

A $-\frac{3}{4e^2}$ B $\frac{3}{4e^2}$ C $\frac{1}{e}$ D $\frac{1}{e^2}$ E $-\frac{1}{2e^2}$

Fie $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1+x+x^2+x^3}\mathrm{d}x$ și $J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+x+x^2}{1+x+x^2+x^3}\mathrm{d}x$. Atunci

504 I este:

A $\frac{\pi}{8}-\frac{\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8}+\frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{4}+\frac{\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{4}-\frac{\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4}+\ln 2$

505 J este:

A $\frac{\pi}{8}+\frac{3\ln 2}{4}$ B $\frac{\pi}{8}-\frac{\ln 2}{4}$ C $\frac{\pi}{2}+\frac{3\ln 2}{2}$ D $\frac{\pi}{2}-\frac{3\ln 2}{2}$ E $\frac{\pi}{4}-\ln 2$

506

$$\lim_{n\to\infty} n^3\int_n^{n+3} \frac{x^3}{x^6+1}\,\mathrm{d}x$$

A 0 B ∞ C 1 D $\frac{1}{2}$ E 3

507

Se consideră șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $a_0=-1$, $a_{n+1} = 2+\displaystyle\int_{a_n}^1 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x,\quad n=0,1,\ldots.$

Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată?

A $(a_{n+1}-a_n)(a_n-a_{n-1}) \leq 0,\quad \forall n\in\mathbb{N}^*$ B $a_n\geq 2,\quad \forall n\in\mathbb{N}^*$ C $a_n \leq 2,\quad \forall n\in\mathbb{N}^*$
D șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este crescător E șirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este descrescător

508

Fie $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\int\limits_0^{x^2} e^{t^3}\,\mathrm{d}t$. Atunci $F'(2)$ este:

A $4e^{64}$ B e^8 C $12e^8$ D $3e^2$ E $12e^6$

Fie $f_n:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\int_0^{x^2} t^n\cdot e^t\,\mathrm{d}t$, $n\in\mathbb{N}^*$.

509 $f_1(x)$ este:

A $e^{x^2}(x^2-1)+1$ B $e^{x^2}(x^2+1)+1$ C $e^{x^2}(x^2+1)-1$ D $e^{x^2}x^2+1$ E e^{x^2}

510 $f_n'(1)$ este:

A e B $2e$ C $2e-1$ D $e-1$ E $e+1$

511 $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(1)$ este:

A e B 1 C 0 D ∞ E e^2

512

$$\lim_{t\to 0}\frac{1}{t}\int_t^{2t}\frac{\ln(1+x)}{\sin x}\,\mathrm{d}x$$

A ∞ B 0 C 1 D 2 E $\dfrac{\ln 2}{\sin 1}$

513

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int\limits_0^1 [nx]\,\mathrm{d}x$$

A 1 B ∞ C 0 D $\frac{1}{2}$ E 2

514

$$\lim_{n\to\infty}\int\limits_n^{n+1}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3+x+1}} \text{ este:}$$

A $\ln\pi$ B 0 C 1 D $\ln 2$ E $\ln 3$

515

Aria domeniului mărginit de axa Ox, curba $y=\ln x$ și de tangenta la această curbă care trece prin origine este:

A e B $\frac{e}{2}-1$ C $\frac{e}{2}$ D $e-1$ E $2e$

516

Aria cuprinsă între axa Ox, dreptele $x = 0$ și $x = \pi$ și graficul funcției $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}$ este egală cu:

A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{6}$ C $\frac{\pi^2}{4}$ D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$

Se consideră integrala $I = \displaystyle\int_0^{\pi} x\, f(\sin x)\, \mathrm{d}x$, unde f este o funcție continuă pe un interval ce conține $[0, 1]$.

517 Are loc egalitatea:

A $I = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$ B $I = \pi \int_0^{\pi} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$ C $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\, \mathrm{d}x$
D $I = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\, \mathrm{d}x$ E $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\, \mathrm{d}x$

518 $I_1 = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{x \sin x\, \mathrm{d}x}{1 + \sin^2 x}$ este:

A $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$ D $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$
E $\frac{\pi}{2} \ln\left(3 + \sqrt{2}\right)$

519

Aria domeniului mărginit de graficul funcției $f : \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x},$$

axa Ox și dreptele $x = 0$ și $x = \frac{3\pi}{4}$, este:

A $\frac{\pi}{4}$ B $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$ C 2π D $\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - 2$ E 0

Fie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ inversa funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$.

520 $g(1)$ este:

A -1 B 0 C 1 D ∞ E $\frac{1}{3}$

521 Limita $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{g(e^x)}$ este:

A 1 B $\frac{1}{2}$ C 2 D $\frac{3}{2}$ E 0

522 Integrala $\displaystyle\int_1^{1+e} g(t)\, \mathrm{d}t$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $e + \frac{1}{2}$ C $2e + \frac{3}{2}$ D $\frac{3}{2}$ E $e + 1$

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\mathrm{e}^{-x}$ și fie g inversa lui f.

523 $f'(x)$ are expresia:

A $1+\mathrm{e}^{x}$ B $1+\mathrm{e}^{-x}$ C $x\mathrm{e}^{-x}$ D $1-\mathrm{e}^{-x-1}$ E e^{-x-1}

524 $g'(-1)$ este:

A 0 B -1 C 2 D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}}$

525 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{1}{\mathrm{e}}-\frac{1}{2}$ B $\frac{3}{2}-\frac{1}{\mathrm{e}}$ C $\frac{1}{2}-\frac{1}{\mathrm{e}}$ D $\frac{1}{\mathrm{e}}-\frac{3}{2}$ E $\frac{3}{2}+\frac{1}{\mathrm{e}}$

526 $\displaystyle\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\,\mathrm{d}x$ este:

A -1 B 0 C $\frac{3}{2}-\frac{2}{\mathrm{e}}$ D $\frac{3}{2}+\frac{1}{\mathrm{e}}$ E $\frac{1}{\mathrm{e}}-\frac{1}{2}$

527 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^1 \sqrt[n]{x^n+(1-x)^n}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\frac{3}{4}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{4}$

528 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_0^1 \ln\left(1+e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B e C $\frac{1}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{1}{3}$

529 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_1^n \frac{\ln x}{n\ln n+x\ln x}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C $\dfrac{1}{2}$ D ∞ E $\ln 2$

530 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_0^\pi \{-x\}^n\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

531 $\displaystyle\lim_{t\to 0}\int_{2^t}^{3^t}\frac{x}{\ln x}\,\mathrm{d}x$ este:

A 0 B nu există C $\ln\frac{\ln 3}{\ln 2}$ D $\ln\frac{3}{2}$ E $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

532

$\lim\limits_{n\to\infty} n \int\limits_{-1}^{0} (x+e^x)^n \, dx$ este:

A e B 0 C ∞ D $1+e$ E $1/2$

533

$$\int\limits_1^3 \frac{\ln x}{x^2+3} \, dx$$

A $\frac{\pi \ln 3}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi \ln 3}{12\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi \ln 6}{6\sqrt{3}}$ D $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ E alt răspuns

534

$$\int\limits_0^2 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+2x+2} \, dx$$

A π B 2π C $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ D 0 E 1

535

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2+x+1} \, dx$$

A $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$ B $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ C $\dfrac{\pi^2}{6}$ D 0 E ∞

536

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{dx}{1+n^2\cos^2 x}$$

A 0 B π C ∞ D limita nu există E alt răspuns

Următoarele enunțuri teoretice pot fi utile pentru rezolvarea unor probleme din culegere.

537

Fie $x_n > 0,\ \ n \in \mathbb{N},$ astfel ca

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^n < 1.$$

Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0.$

538

Fie $f : [0, b-a] \to (0, \infty)$ o funcție continuă și $a < b$. Atunci

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a)+f(b-x)}\,\mathrm{d}x = \frac{b-a}{2}.$$

539

Fie $f : (-1, 1] \to \mathbb{R}$ o funcție continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n\int_a^1 x^n f(x)\,\mathrm{d}x = f(1), \qquad -1 < a < 1.$$

540

Fie $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n\int_0^1 x^n\, f(x^n)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t.$$

541

Dacă $f\colon [0, \infty) \to \mathbb{R}$ este continuă și are perioada $T > 0$, atunci

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x.$$

542

Fie a, $b > 0$. Dacă $f\colon [-b, b] \to \mathbb{R}$ este o funcție continuă pară, atunci

$$\int_{-b}^b \frac{f(x)}{a^x+1}\,\mathrm{d}x = \int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

***

3

Geometrie analitică

543

Fie punctele $A(\lambda, 1)$, $B(2, 3)$, $C(3, -1)$. Să se determine λ astfel încât punctul A să se afle pe dreapta determinată de punctele B și C.

A 2 B 3 C $\frac{5}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{2}{3}$

544

Dreptele $4x - y + 2 = 0$, $x - 4y - 8 = 0$, $x + 4y - 8 = 0$ determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

A $\left(\frac{6}{5}, 0\right)$ B $\left(\frac{6}{5}, 1\right)$ C $\left(\frac{5}{6}, 0\right)$ D $\left(\frac{5}{6}, 1\right)$ E $\left(\frac{6}{5}, \frac{5}{6}\right)$

545

Triunghiul ABC are latura $[AB]$ pe dreapta $4x + y - 8 = 0$, latura $[AC]$ pe dreapta $4x + 5y - 24 = 0$, iar vârfurile B și C pe axa Ox. Ecuația medianei corespunzătoare vârfului A este:

A $2x + 3y = 0$ B $3x + 2y = 0$ C $5x + y = 9$ D $4x + 3y - 16 = 0$ E $x + 4y - 17 = 0$

546

Se dau punctele $A(2, 1)$ și $B(0, -1)$. Ecuația simetricei dreptei AB față de dreapta OA este:

A $x + 2y - 1 = 0$ B $3x - 7y + 1 = 0$ C $2x + y + 5 = 0$ D $x + y + 1 = 0$ E $x - 7y + 5 = 0$

547

Fie triunghiul ABC, unde $B(-4, -5)$. Ecuația înălțimii duse din A este $5x + 3y - 4 = 0$. Ecuația dreptei BC este:

A $5y - 3x + 13 = 0$ B $3x - 5y + 37 = 0$ C $y = -5$ D $x + y - 2 = 0$ E $y - 2x = 3$

548

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-3,-4)$ și $C(3,-4)$. Coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC sunt:

A $(1,1)$ B $(-1,0)$ C $(0,0)$ D $(0,1)$ E $(0,-1)$

549

Fie C simetricul punctului $A(-1,-3)$ față de punctul $B(2,1)$. Care sunt coordonatele punctului C?

A $(5,5)$ B $(4,5)$ C $(6,5)$ D $(5,6)$ E $(4,6)$

550

Fie punctele $A(0,2)$ și $B(3,3)$. Notăm cu P proiecția punctului $O(0,0)$ pe dreapta AB. Care sunt coordonatele punctului P? Care este aria triunghiului OAB?

A $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ B $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);6$ C $\left(\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ D $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);3$ E $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);6$

551

Fie $A(0,-1)$, $d_1 : x-y+1=0$ și $d_2 : 2x-y=0$. Coordonatele punctelor $B \in d_1$ și $C \in d_2$ pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC sunt:

A $(0,1)$, $(3,6)$ B $(0,1)$, $(0,1)$ C $(-1,0)$, $(1,1)$ D $(0,0)$, $(-1,1)$
E $(-1,-1)$, $(1,1)$

552

Fie dreptele

$$\begin{aligned}(AB):&\quad x+2y-1 &= 0\\ (BC):&\quad 2x-y+1 &= 0\\ (AC):&\quad 2x+y-1 &= 0\end{aligned}$$

care determină triunghiul ABC. Bisectoarea unghiului B are ecuația:

A $x-3y+2=0$ B $x+y-1=0$ C $3x-y+2=0$ D $x-y+1=0$
E $x-y+5=0$

553

Pentru ce valori ale parametrului α ecuațiile $3\alpha x-8y+13=0$, $(\alpha+1)x-2\alpha y-5=0$ reprezintă două drepte paralele:

A $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=\frac{1}{3}$ B $\alpha_1=-2,\ \alpha_2=-\frac{1}{3}$ C $\alpha_1=2,\ \alpha_2=\frac{2}{3}$
D $\alpha_1=2,\ \alpha_2=-\frac{2}{3}$ E $\alpha_1=\frac{1}{2},\ \alpha_2=3$

554

Se consideră în plan punctele $A(0,0)$, $B(2,0)$ și dreapta de ecuație $d: x-2y+10=0$. Valoarea minimă a sumei $S(M)=MA+MB$, când punctul M parcurge dreapta d este:

A 2 B 10 C $\sqrt{101}$ D $\sqrt{98}$ E $7\sqrt{2}$

555

Dreapta care trece prin $C(1,2)$, neparalelă cu AB față de care punctele $A(-1,1)$ și $B(5,-3)$ sunt egal depărtate, are ecuația:

A $3x+y-5=0$ B $2x+y-4=0$ C $3x+2y-6=0$ D $2x+3y-4=0$
E $2x+3y-6=0$

556 Fie punctele $A(1,1)$, $B(2,-3)$, $C(6,0)$. Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(4,4)$ B $(5,4)$ C $(3,5)$ D $(3,3)$ E $(4,5)$

557 Raza cercului care trece prin punctele $A(-4,0)$, $B(4,4)$, $O(0,0)$ este:

A 6 B 7 C 8 D $2\sqrt{10}$ E $3\sqrt{5}$

558 Laturile AB, BC, CA ale triunghiului ABC au respectiv ecuațiile:

$$x+21y-22=0,\quad 5x-12y+7=0,\quad 4x-33y+146=0.$$

Distanța de la centrul de greutate al triunghiului ABC la latura BC este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

Se dau punctele $A(0,1), B(-1,0), C(6,2)$, și $D(1,1)$.

559 Simetricul punctului C față de dreapta AB este:

A $C^{'}(-6,2)$ B $C^{'}(6,-2)$ C $C^{'}(-6,-2)$ D $C^{'}(1,7)$ E $C^{'}(1,4)$

560 Coordonatele punctului $M\in AB$ pentru care suma $DM+MC$ este minimă sunt:

A $(1,-3)$ B $(1,2)$ C $(-1,2)$ D $(1,3)$ E $(2,3)$

561 Coordonatele punctului $M\in AB$ pentru care suma DM^2+MC^2 este minimă sunt:

A $(3,4)$ B $(\frac{7}{4},\frac{15}{4})$ C $(2,3)$ D $(\frac{7}{3},3)$ E $(3,5)$

Se consideră în planul xOy punctele $S(0,12), T(16,0)$ și $Q(x,y)$ un punct variabil situat pe segmentul $[ST]$. Punctele P și R aparțin axelor de coordonate astfel încât patrulaterul $OPQR$ să fie dreptunghi.

562 Ecuația dreptei ST este:

A $3x+4y-48=0$ B $-3x-4y+12=0$ C $3y-4x-36=0$ D $3x-y+12=0$
E $y-4x+64=0$

563 Aria dreptunghiului $OPQR$ este:

A $-3x^2+12x$ B $12x-\frac{3}{4}x^2$ C $3x^2+12x$ D $-4x^2+12x$ E $48x-\frac{3}{4}x^2$

564 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $OPQR$ este:

A 32 B 48 C 64 D 96 E 84

Punctul $A(-4,1)$ este un vârf al pătratului $ABCD$ parcurs în sens trigonometric, căruia îi cunoaștem o diagonală de ecuație $3x - y - 2 = 0$.

565 Aria pătratului $ABCD$ este:

A 45 B 15 C 90 D 30 E $\frac{45}{2}$

566 Punctul C are coordonatele:

A $(4,-1)$ B $(5,-2)$ C $(6,1)$ D $(\frac{9}{2},-\frac{7}{2})$ E $(\frac{11}{2},-\frac{1}{2})$

Fie în planul xOy punctele $A(4,0)$, $B(5,1)$, $C(1,5)$, $D(0,4)$.

567 Patrulaterul $ABCD$ este:

A patrulater oarecare B trapez isoscel C romb D dreptunghi E trapez dreptunghic

568 Aria patrulaterului este

A 4 B 8 C 1 D 16 E 2

569 Simetricul punctului A față de dreapta BC este punctul de coordonate

A $(1,5)$ B $(5,1)$ C $(5,2)$ D $(6,2)$ E $(6,4)$

570 În sistemul cartezian xOy, o dreaptă variabilă d care conține punctul $A(0,5)$ intersectează dreptele $x-2=0$ și $x-3=0$ în punctele B, respectiv C. Să se determine panta m a dreptei d astfel încât segmentul BC să aibă lungime minimă.

A $m=0$ B $m=-1$ C $m \in \mathbb{R}$ D $m=2$ E nu există

571 Fie dreapta $\mathcal{D} : x + y = 0$ și punctele $A(4,0)$, $B(0,3)$. Valoarea minimă a sumei $MA^2 + MB^2$, pentru $M \in \mathcal{D}$ este:

A $\frac{99}{4}$ B 25 C $\frac{101}{4}$ D 26 E $\frac{105}{4}$

Se consideră expresia $E(x, y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y$.

572 Distanța de la punctul (x, y) la punctul $(3, 5)$ este:

A $\sqrt{E(x, y) + 34}$ B $\sqrt{E(x, y) - 34}$ C $\sqrt{E(x, y)}$ D $\sqrt{E(x, y) + 1}$
E alt răspuns

573 Valoarea minimă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, este:

A 0 B -34 C 34 D -1 E 1

574 Se consideră mulțimea $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$. Valoarea maximă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in D$, este:

A 8 B 0 C 4 D 6 E 2

Fie ABC un triunghi. Notăm cu G centrul său de greutate, cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, cu I centrul cercului înscris și $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

575 Punctul M din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

576 Punctul N din planul triunghiului ABC pentru care $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{\mathbf{0}}$ este:

A G B H C I D O E A

577 Punctul R din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$ este:

A G B H C I D O E A

***

4

Trigonometrie

578 Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \sin(4x) + \cos\left(\sqrt{2}x\right),$ are perioada:

A 2 B 2π C $\sqrt{2}\pi$ D $\sqrt{2}$ E nu este periodică

579 Valoarea lui $\arcsin(\sin 3)$ este:

A 3 B -3 C 0 D $\pi - 3$ E $-\cos 3$

580 Valoarea lui $\sin 15^\circ$ este:

A $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ C $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$ D $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ E $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$

Fie numerele complexe $z_k = \cos\dfrac{2k\pi}{5} + i\sin\dfrac{2k\pi}{5}$, $k = 1, 2, 3, 4$.

581 Ecuația polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele z_k $(k = 1, 2, 3, 4)$ este:

A $x^4 + 1 = 0$ B $x^5 - 1 = 0$ C $x^5 + 1 = 0$ D $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ E $x^4 + x^2 + 1 = 0$

582 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} + \cos\frac{6\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5}$ este:

A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D 1 E 2

583 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5}$ este:

A $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ B $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ D $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ E 1

584

$\cos x \cos \dfrac{5\pi}{4} - \sin x \sin \dfrac{5\pi}{4} = 1$ dacă și numai dacă:

A $x \in \left\{2k\pi - \frac{\pi}{4} \middle|\, k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $x \in \left\{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \middle|\, k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $x \in \left\{k\pi - \frac{5\pi}{4} \middle|\, k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $x \in \left\{2k\pi - \frac{5\pi}{4} \middle|\, k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $x \in \left\{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \middle|\, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Se consideră funcția $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x,\ \ n \in \mathbb{N},\ \ n \geq 2,\ \ x \in \mathbb{R}$.

585 Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

A $\{2k\pi\}_{k\in\mathbb{Z}}$ B $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ C $\left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ D $\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ E $\emptyset$

586 Mulțimea valorilor funcției f este

A $[0,1]$ B $[-1,1]$ C $[0, \frac{1}{n}]$ D $[\frac{1}{2^{n-1}}, 1]$ E Alt răspuns

Se consideră ecuația: $(\sin x + \cos x)^n - a\ \sin x \cos x + 1 = 0,\quad n \in \mathbb{N},\quad a \in \mathbb{R}$.

587 Pentru $n = 2$ ecuația are soluție dacă și numai dacă

A $a \in [2,6]$ B $a \in (-\infty, -2] \cup [6, \infty)$ C $a \in (-2, 6)$ D $a \in (-1, 1]$ E alt răspuns

588 Pentru $n = 1$ și $a = 3$ mulțimea soluțiilor ecuației este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\emptyset$ C $\{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{2k\pi - \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

589

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{7}{25}$, atunci $\sin x$ este:

A $-\frac{24}{25}$ B $-\frac{7}{8}$ C $-\frac{23}{25}$ D $\frac{7}{8}$ E $\frac{24}{25}$

590

$\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{12}$ are valoarea:

A $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ B $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ C $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E alt răspuns

Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

591 $\operatorname{arctg} x_1 + \operatorname{arctg} x_2$ este:

A $\frac{\pi}{2}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{3\pi}{8}$ D $\frac{3\pi}{4}$ E $\frac{\pi}{4}$

592 $\operatorname{arctg} x_1 \cdot \operatorname{arctg} x_2$ este:

A $\frac{\pi^2}{8}$ B $\frac{3\pi^2}{16}$ C $\frac{3\pi^2}{64}$ D $\frac{3\pi^2}{32}$ E $\frac{\pi^2}{16}$

593

Fie $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin x, \cos x)$ este:

A $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ B $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ C $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}}\right)$ D $\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}}\right)$ E $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

594

Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ expresia $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ este egală cu:

A $2\sin^2(a+b)$ B $2\cos^2(a+b)$ C $4\sin^2 \frac{a-b}{2}$ D $4\cos^2 \frac{a-b}{2}$ E 2

595

Oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, suma $\sin^6 x + \cos^6 x$ este egală cu:

A $3 - \sin^2 x \cos^2 x$ B $1 - 3\sin^2 2x$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$

596

Dacă $E = \cos^2(a+b) + \cos^2(a-b) - \cos 2a \cdot \cos 2b$ atunci, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ are loc egalitatea:

A $2E = 1$ B $E = 1$ C $2E + 1 = 0$ D $E = 0$ E $E = -1$

597

Dacă numerele reale α și β satisfac egalitatea

$$(\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha + \sin\beta)^2 = 2\cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2},$$

atunci:

A $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ B $\alpha - \beta \in \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$ C $\alpha - \beta \in \{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$
D $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{2} + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$ E $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{6} + 10k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$

598

Numărul $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} + \operatorname{arctg} \frac{1}{7} + \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$ este egal cu:

A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{6}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{5\pi}{12}$ E $\frac{\pi}{2}$

599

Inversa funcției $f : \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \to [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$, este funcția $f^{-1} : [-1, 1] \to \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ definită prin:

A $f^{-1}(x) = \pi + \arcsin x$ B $f^{-1}(x) = \pi - \arcsin x$ C $f^{-1}(x) = \arcsin x$
D $f^{-1}(x) = 2\pi - \arcsin x$ E $f^{-1}(x) = -\pi + \arcsin x$

600

Egalitatea $\arcsin(\sin x) = x$ are loc pentru:

A orice $x \in \mathbb{R}$ B orice $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x \in (-1, 1)$
C orice $x \in [0, 2\pi)$ D $\emptyset$ E orice $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

601

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care expresia

$$E(x) = \sqrt{\cos^4 x + m\sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + m\cos^2 x}$$

este constantă pe $\mathbb{R}$ este:

A $\{0\}$ B $\{0, 4\}$ C $\{1, 4\}$ D $\{-1, 0\}$ E $\emptyset$

602

Valorile minimă m și maximă M ale expresiei $E(x) = \cos^2 x - 4\sin x$, unde $x \in \mathbb{R}$, sunt:

A $m = -1,\ M = 1$ B $m = -5,\ M = 5$ C $m = -4,\ M = 3$
D $m = -4,\ M = 4$ E $m = -3,\ M = 3$

603

Mulțimea soluțiilor ecuației $2\cos^2 x - 11\cos x + 5 = 0$ este:

A $\emptyset$ B $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

604

Ecuația $4\sin^2 x - 4\sin x + 1 = 0$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

605

Dacă $x \in \mathbb{R}$ și $\sin(\pi\cos x) = \cos(\pi\sin x)$, atunci $\cos 4x$ este:

A $-\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{8}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E 0

Fie S_n, $n \in \mathbb{N}^*$, mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x\,\sin 2x \ldots \sin nx = 1$.

606

S_1 este:

A $\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{(-1)^k\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\}$ E $\emptyset$

607

S_{100} este:

A $\{\frac{\pi}{101} + k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{\pi}{101} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$ C $\emptyset$ D $\bigsqcup_{n=1}^{100}\{\frac{\pi}{5n} + \frac{k\pi}{n+1} / k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\frac{\pi}{6} + k\,\pi / k \in \mathbb{Z}\}$

608

Mulțimea soluțiilor ecuației $\cos 2x = \cos x$ este:

A $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

609

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x = \cos 3x$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2} | k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8},\frac{3\pi}{4}\right\}$ D $\left\{-\frac{4k\pm1}{8}\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2} | k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$

610

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin 5x = \sin x$ este:

A $\left\{\frac{k\pi}{5-(-1)^k} | k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{5} | k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{10} | k\in\mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{(-1)^k \arcsin\frac{1}{5}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{3}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$

611

Ecuația $2\,\mathrm{tg}\,x+\mathrm{ctg}\,x=3$ are următoarele soluții în intervalul $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$:

A $\frac{\pi}{4}$ și $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{4}$ și $\mathrm{arctg}(-5)$ C $\frac{\pi}{12}$ D $\frac{\pi}{4}$ și $\mathrm{arctg}\,\frac{1}{2}$ E $\frac{\pi}{4}$ și $\mathrm{arctg}\,2$

612

Dacă $\sqrt{3}\sin x+\cos x-2=0$, atunci:

A $x=(-1)^k\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z};$ B $x=\frac{\pi}{6}+(-1)^k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z};$
C $x=(-1)^k\frac{\pi}{2}+k\pi-\frac{\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z};$ D $x=k\pi-\frac{\pi}{6},\ k\in\mathbb{Z};$ E $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

613

Ecuația $\sin x+p\cos x=2p,\ p\in\mathbb{R}$, are soluții pentru:

A $|p|>5$ B $p\in\left[-\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$ C $|p|>\frac{2}{3}$ D $|p|=3$ E $3p^2>1$

614

Valoarea lui $\cos x$ care verifică ecuația $2\sin^2 2x-2\sin x\sin 3x=4\cos x+\cos 2x$ este:

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E 0

615

Următoarea mulțime reprezintă soluția ecuației $\sin^2 x+\mathrm{tg}^2 x=\frac{3}{2}$:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{4}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{3}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right\}$
C $\left\{\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ E $\left\{\pm\frac{\pi}{4}+k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$

616

Mulțimea tuturor valorilor $x\in\mathbb{R}$ care verifică egalitatea

$$3(\cos^4 x+\sin^4 x)-2(\sin^6 x+\cos^6 x)=1$$

este:

A $\emptyset$ B $\mathbb{R}$ C $\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi | k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi | k\in\mathbb{N}\}$

617

Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}-\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}\right)\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}-\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}\right)=-4$$

este:

A $\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$ B $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}(\pi+2k\pi, 2\pi+2k\pi)$ C $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}\left((2k-1)\frac{\pi}{2}, k\pi\right)$
D $\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ E $\{2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$

618

Fie $x\in\mathbb{R}$. Valoarea expresiei

$$\left(\sin x-2\sqrt[3]{\sin x\cos^2 x}\right)^2+\left(\cos x-2\sqrt[3]{\sin^2 x\cos x}\right)^2$$

este:

A 1 B 2 C $\sin x+\cos x$ D $\sin^3 x+\cos^3 x$ E $\sqrt[3]{\sin x}+\sqrt[3]{\cos x}$

619

Ecuația $\cos^4 x-\sin^4 x=1+\sin 2x$ are următoarea mulțime de soluții:

A $\emptyset$ B $\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{3\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}\cup\left\{-\frac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $\{2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$

620

Egalitatea $\max(\sin x,\cos x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ este adevărată dacă și numai dacă:

A $x\in\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $x\in\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $x\in\left\{-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right\}$
D $x\in\left\{\frac{11\pi}{6}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $x\in\left\{\pm\frac{\pi}{6}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$

621

Mulțimea soluțiilor ecuației $4\sin x\cos^3 x-4\sin^3 x\cos x=1$ este:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{8} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{8}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$

622

Soluția ecuației $2\arcsin x=\arccos 2x$ este:

A $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{6}$ D $\sqrt{2}-1$ E $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

623

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$(\sin x-m)^2+(2m\sin x-1)^2=0$ are soluții este:

A $[-1,1]$ B $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ C $\{-1,0,1\}$ D $\left[-\frac{1}{2},0\right)\cup\left(0,\frac{1}{2}\right]$ E $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

624

Dacă S este mulțimea soluțiilor ecuației $(1-\cos x)^4+2\sin^2 x^2=0$, atunci:

A $S=\emptyset$ B $S\cap\mathbb{Q}=\emptyset$ C $S=\{\pi\}$ D $S=\{0\}$ E $S=\{0,2\pi\}$

625 Ecuația $\sin x + \cos 2x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \in \left[0, \frac{9}{8}\right]$ B $m = 1$ C $m = -3$ D $m < -2$ E $m \in \left[-2, \frac{9}{8}\right]$

626 Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația $\cos^2 x + (m+1)\sin x = 2m - 1$ are soluții este:

A $[1, 2]$ B $\emptyset$ C $\{0\}$ D $[0, 2]$ E $[3, \infty)$

627 Ecuația $\sin^6 x + \cos^6 x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

A $m \le 2$ B $\frac{1}{4} \le m \le 1$ C $m = 1$ D $0 \le m \le 2$ E $\frac{1}{2} \le m \le 1$

628 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin 2x = 2$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\emptyset$

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3\cos^2 x - 4\sin x$.

629 Soluția ecuației $f(x) = \dfrac{1}{4}$ este:

A $\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\}$ B $\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\}$ C $\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\}$ D $\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\}$ E $\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$

630 Valoarea maximă a funcției f este:

A -1 B $\frac{13}{3}$ C 3 D $\frac{11}{3}$ E $\frac{14}{3}$

631 Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

A $[-4, \frac{13}{3}]$ B $[-3, \frac{11}{3}]$ C $[-4, \frac{14}{3}]$ D $[-3, \frac{13}{3}]$ E $[-4, \frac{11}{3}]$

632 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 5$ este:

A 2 B 1 C 0 D 3 E 4

633 Să se arate că dacă $a = 41,\ b = 28$ și $c = 15$, atunci triunghiul ABC este:

A dreptunghic B ascuțitunghic C obtuzunghic D isoscel E echilateral

634 Să se determine unghiurile A și C ale triunghiului ABC dacă $a = \sqrt{2}$, $b = 2$, $B = \frac{\pi}{4}$.

A $A = \frac{\pi}{4},\ C = \frac{\pi}{2}$ B $A = \frac{\pi}{6},\ C = \frac{7\pi}{12}$ C $A = \frac{\pi}{3},\ C = \frac{5\pi}{12}$
D $A = \frac{7\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{6}$ E $A = \frac{5\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{3}$

635 În triunghiul ABC avem $BC = 4$, $m(\widehat{A}) = 60°$, $m(\widehat{B}) = 45°$. Atunci AC are lungimea:

A $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C $\sqrt{6}$ D $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ E $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

Fie $z = \left(1 + \frac{2i}{1-i}\right)^{2005}$.

636 Valoarea lui z este:

A 1 B $2i$ C $-i$ D i E $-2i+1$

637 Modulul lui $z+i$ este:

A $\sqrt{2}$ B 2 C 1 D $\sqrt{3}$ E $\sqrt{5}$

638 Valoarea expresiei $\overline{2z+\bar{z}}$ este

A $-i$ B $-2i$ C $2i+3$ D 3 E i

Fie $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3}+i)$. Atunci:

639 x^{2004} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$ B $-\frac{1}{2^{2004}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2004}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$

640 x^{2008} este

A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$ B $-\frac{1}{2^{2008}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2008}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$

641 Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ și $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$, atunci:

A S are n elemente, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;
B $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n;\ k \in \mathbb{N};\ k \neq \frac{n}{2}\}$
C $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
D $S = \{\operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
E $S \cap \mathbb{R}$ are cel mult două elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$

642 Fie triunghiul ABC pentru care $\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$. Atunci triunghiul este:

A echilateral B dreptunghic cu $A = \frac{\pi}{2}$ C dreptunghic cu $B = \frac{\pi}{2}$ sau $C = \frac{\pi}{2}$
D ascuțitunghic E obtuzunghic

643 Fie $z = \dfrac{(\sqrt{3}+i)^n}{(\sqrt{3}-i)^m}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Să se determine relația dintre m și n astfel încât z să fie real.

A $n - m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$ B $n + m = 3k,\ k \in \mathbb{N}$ C $n - m = 3k,\ k \in \mathbb{Z}$ D $n - m = 0$
E $n + m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$

644 Numărul $E = (\cos\alpha - i\sin\alpha)(\cos 5\alpha + i\sin 5\alpha)$ este real pentru

A $\alpha = \frac{k\pi}{4},\ k \in \mathbb{Z}$; B $\alpha = \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$; C $\alpha = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$;
D $\alpha = \frac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$; E $\alpha = \frac{2k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$

Fie numărul complex $u = 2 + 2i$.

645 Forma trigonometrică a numărului complex u este:

A $u = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ B $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ C $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} - i\sin\frac{3\pi}{4})$
D $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ E $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4})$

646 u^{100} este:

A 2^{100} B $2^{100}i$ C $-2^{150}i$ D -2^{150} E -2^{200}

647 Fie mulțimea $A = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \le |z-i| \text{ și } |z-u| \le 1\}$. Modulul lui $z \in A$ pentru care argumentul lui z este minim este:

A 3 B $\sqrt{8}$ C $\sqrt{7}$ D 1 E $\sqrt{6}$

Se consideră numerele complexe
$z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a)$, $z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a)$.

648 Mulțimea valorilor lui a pentru care numărul complex $w = z_1^n + z_2^n$ are modulul maxim este:

A $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{\frac{2k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ E alt răspuns

649 Mulțimea valorilor lui a pentru care $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\emptyset$ E $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

650 Valorile lui n pentru care $z_1^n z_2^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este real și pozitiv sunt:

A $n = 5$ B $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 8k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 0$ E $n = 8k + 2,\ k \in \mathbb{Z}$

Pentru n și k numere naturale nenule cu n fixat, notăm $a_k = \cos\dfrac{2k\pi}{n} - 2 + i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$.

651 Valoarea $\overline{a_n}$ este:

A 1 B i C -1 D 0 E $-i$

652 Valoarea sumei $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n > 1$, este:

A $-2n$ B $2n$ C $1 - 2^n$ D $ni - 2n$ E $i + 2n$

653 Valoarea produsului $a_1 a_2 \ldots a_n$ este:

A $2^n - 1$ B $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$ C $(2n-1)(-1)^n$ D $(-1)^n(2^n - 1)$ E 0

654 Să se calculeze expresia $E = (\sqrt{3} - i)^8(-1 + i\sqrt{3})^{11}$:

A $E = 2^{11}$; B $E = 2^{19}$; C $E = 2^{15}$; D $E = 2^5$; E 2^7

655 Dacă $z + \frac{1}{z} = 2\cos\alpha$, atunci expresia $E = z^n + z^{-n}$ are, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$ și pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}$, valoarea:

A $zi\sin n\alpha$ B $\cos n\alpha + i\sin n\alpha$ C $\operatorname{tg} n\alpha$ D $2\cos n\alpha$ E $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$

656 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^3 = \overline{z}$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

657 Câte rădăcini complexe are ecuația $z^{n-1} = i\,\overline{z}$, $n > 2$, $n \in \mathbb{N}$?

A $n-2$ B $n-1$ C n D $n+1$ E $n+2$

658 Fie numărul complex $z = \left(\dfrac{\sqrt{3} - i}{1 + i}\right)^{12}$. Este adevărată afirmația

A $z = 2^6$ B $\arg z = \pi$ C $|z| = 2^{12}$ D $z = 64i$ E $\arg z = 2\pi$

5

Exemplu Test Admitere

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 9, & x < 0, \\ 2x + 9, & x \geq 0. \end{cases}$

659 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ este:

A 10 B $\frac{35}{4}$ C 9 D -9 E 2

660 Valoarea inversei funcției f în punctul 8 este:

A -3 B -1 C 1 D 3 E f nu este inversabilă

Fie a o rădăcină a ecuației $x^2 + x + 1 = 0$.

661 a^3 este:

A 0 B 1 C i D $1 + i\sqrt{3}$ E -1

662 $(1 + a)^{2016} + (1 + \overline{a})^{2016}$ este:

A -1 B $1 + i\sqrt{3}$ C 2 D 1 E i

Se consideră sistemul de ecuații

$$\begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + y + az = b \end{cases}$$

unde $a, b \in \mathbb{R}$.

663 Sistemul are soluție unică dacă și numai dacă:

A $a \neq -2$ B $a \neq 0$ C $a \neq 2$ D $a > 0$ E $a \leq 0$

664 Sistemul are o infinitate de soluții dacă și numai dacă:

A $a = b = 1$ B $a = -2, b = 0$ C $a = 2, b = 1$ D $a = -1, b = 1$ E $a = -2, b = -2$

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = a\,x + a\,y - x\,y$, $x, y \in \mathbb{R}$, unde a este un parametru real.

665 Mulțimea valorilor lui a pentru care legea este asociativă este:

A $[0, \infty)$ B $\mathbb{R}$ C $\{-1, 0, 1\}$ D $\{0, 1\}$ E $[0, 1]$

666 Mulțimea valorilor lui a pentru care intervalul $[0, 1]$ este parte stabilă a lui $(\mathbb{R}, *)$ este:

A $[\frac{1}{2}, 1]$ B $[0, \frac{1}{2}]$ C $[0, 1]$ D $[1, \infty)$ E $\mathbb{R}$

667 Mulțimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ pentru care $(\mathbb{R} \setminus \{b\}, *)$ este grup este:

A $\{(0,0),\ (1,0)\}$ B $\{(0,0),\ (1,1)\}$ C $\{(0,0),\ (0,1)\}$ D $\{(-1,0),\ (1,0)\}$ E $\{(-1,-1),\ (1,0)\}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

668 A^2 este:

A 0_2 B I_2 C A D $I_2 + A$ E $-A$

669 Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^{25} = A$ este:

A 2 B 0 C 10 D 25 E ∞

Se consideră polinomul $P = X^3 + X^2 + aX + b \in \mathbb{Z}[X]$.

670 Perechea (a, b) pentru care $x = 1$ este rădăcina dublă a polinomului P este:

A $(5, 3)$ B $(5, -3)$ C $(3, 5)$ D $(-5, 3)$ E $(0, 0)$

Să se calculeze integralele:

671 $\int_0^1 |2x-1|\,\mathrm{d}x$

A 0 B 1 C $\frac{1}{4}$ D 2 E $\frac{1}{2}$

672 $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x$

A 0 B π C π^2 D $2\pi^2$ E $4\pi^2$

Să se calculeze:

673 $\int_{-1}^1 \frac{2x+2}{x^2+1}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{4}$ B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D π E $\ln 2+\pi$

674 $\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^1 \operatorname{arctg} x\cdot\cos(nx)\,\mathrm{d}x$

A ∞ B 1 C $\frac{\pi}{2}$ D π E 0

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $\quad f(x)=\sqrt{|x^2-4|}$.

675 Mulțimea de derivabilitate a funcției f este:

A $\mathbb{R}\setminus\{2,-2\}$ B $\mathbb{R}$ C $\emptyset$ D $\{-2,2\}$ E $(-2,2)$

676 Numărul punctelor de extrem local a lui f este:

A 0 B 3 C 1 D 2 E 4

677 Numărul asimptotelor lui f este:

A 1 B 0 C 2 D 3 E 4

Să se calculeze limitele:

678 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+2n+3}{n^2+3n+2}$

A 0 B 1 C 2 D 3 E $\dfrac{2}{3}$

679 $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D 2 E nu există

680 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-\sin n}{n+\sin n}$

A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞.

681 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{(n+3)!}{n!n^3}\right)^n$

A e B e^2 C e^4 D e^6 E ∞

682 $\lim\limits_{x\to+0} ((1+x)^x-1)^x$

A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

Se consideră punctul $A(-1,1)$ și dreapta $(d):\ x-y=2$.

683 Simetricul punctului A fața de origine este:

A $(1,1)$ B $(-1,-1)$ C $(1,-1)$ D $(2,-1)$ E $(-1,2)$

684 Distanța de la punctul A la dreapta (d) este:

A $\sqrt{2}$ B 2 C $3\sqrt{2}$ D $2\sqrt{2}$ E $1.$

685 Simetricul punctului A față de dreapta (d) este:

A $(1,-1)$ B $(2,-2)$ C $(\sqrt{5},-\sqrt{5})$ D $(2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$ E (3,-3)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin^2 x+4\cos x$.

686 $f(\frac{\pi}{3})$ este:

A $\frac{11}{4}$ B $\frac{5}{2}$ C π D 0 E $\frac{1}{2}$

687 Valoarea maximă a lui f este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

688 Ecuația $f(x)=m$, $m\in\mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $[0,1]$ B $[-1,1]$ C $[-4,4]$ D $[-2,0]$ E $[0,3]$

6

Simulare admitere 13 mai 2017

689 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care $x^2+2x+m \geq 0$ pentru orice x real este:

A $(1,\infty)$ B $[1,\infty)$ C $[0,\infty)$ D $\mathbb{R}$ E $\emptyset$

690 Mulțimea soluțiilor ecuației $\dfrac{2\lg(x-2)}{\lg(5x-14)}=1$ este:

A $\emptyset$ B $\{3,6\}$ C $\{4\}$ D $\mathbb{R}\setminus\{3\}$ E $\{6\}$

691 $\sin^2\dfrac{\pi}{3}+\cos^2\dfrac{\pi}{3}$ este:

A $\sqrt{2}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{3}$ D 1 E $\sqrt{3}$

692 Numărul soluțiilor din intervalul $[0,2\pi]$ ale ecuației $\sin x=\cos x$ este:

A 4 B 0 C 1 D 3 E 2

693 Valoarea minimă a funcției $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x$, este:

A $\dfrac{1}{2}$ B $\dfrac{1}{4}$ C $\dfrac{3}{4}$ D $\dfrac{1}{3}$ E 0

Se consideră punctele $A(0,3)$, $B(1,0)$ și $C(6,1)$.

694 Coordonatele mijlocului segmentului AC sunt:

A $(2,2)$ B $(3,2)$ C $(3,4)$ D $(3,3)$ E $(4,3)$

695 Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(5,4)$ B $(5,5)$ C $(4,4)$ D $(6,4)$ E $(2,4)$

696 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $\left(3, \frac{4}{3}\right)$ B $\left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$ C $\left(4, \frac{4}{3}\right)$ D $\left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}\right)$ E $(1,1)$

Se consideră sistemul $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + az = 1 \\ 3x + y + 4z = 2b^3 \end{cases}$, $a, b \in \mathbb{R}$.

697 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\};\ b \in \mathbb{R}$ B $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\};\ b = 1$ C $a = b = 2$ D $a = 1; b \in \mathbb{R}$
E $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\ b \in \mathbb{R}$

698 Numărul perechilor $(a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care sistemul este compatibil nedeterminat este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Să se calculeze:

699 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n+1}{n+2}$

A ∞ B 1 C 0 D 2 E e

700 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+2x} - x\right)$

A nu există B 2 C 0 D ∞ E 1

701 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x - \sin x}{x + \sin x}$

A 0 B 1 C 3 D ∞ E -1

702 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \sum\limits_{k=1}^{n} \mathrm{e}^{\frac{k}{n^2}}\right)$

A ∞ B -1 C e D 0 E $-\dfrac{1}{2}$

Se consideră funcția $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\,\mathrm{e}^{\frac{a}{x}}$, unde a este un parametru real.

703 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f admite asimptota $y = x + 2$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{1\}$ C $\{2\}$ D $\{-1\}$ E $\emptyset$

704 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f are două asimptote este:

A $(0,1)$ B $(1,\infty)$ C $(-\infty,0)$ D $(0,\infty)$ E $\emptyset$

Se consideră polinomul

$$P(x) = (x^2 + x + 1)^{100} = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{199}\,x^{199} + a_{200}\,x^{200}$$

având rădăcinile $x_1, x_2, \ldots, x_{200}$.

705 Valoarea lui $P(0)$ este:

A 30 B 0 C 200 D 100 E 1

706 Valoarea lui a_1 este:

A 100 B 200 C 199 D 1 E 0

707 Restul împărțirii polinomului P la $x^2 + x$ este:

A $100x - 1$ B 0 C 99 D $100x + 1$ E 1

708 Suma $\displaystyle\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{1 + x_k}$ este:

A 100 B 200 C -100 D 0 E 1

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție "$*$" prin

$$x * y = xy + mx + my + 2, \quad \text{unde } m \in \mathbb{Z}.$$

709 $0 * 0$ este:

A 4 B 3 C 2 D 5 E 6

710 Fie $m = -1$. Știind că "$*$" este asociativă, $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$ este:

A 1 B -1 C 2 D -2 E 0

711 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care legea "$*$" admite element neutru este:

A $\{-1, 0, 2\}$ B $\{-1, 1, 2\}$ C $\{-1, 2\}$ D $\{-1\}$ E $\{2\}$

712 Dacă $m = 2$, atunci numărul elementelor simetrizabile în raport cu "$*$" este:

A 1 B 2 C 0 D 4 E infinit

713 Funcția $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \displaystyle\int_0^1 |t - x|^3 \, \mathrm{d}t$, are valoare minimă pentru x egal cu:

A 1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{4}$ E -1

Să se calculeze:

714 $\displaystyle\int_0^1 x^9\,\mathrm{d}x$

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{2}{9}$ C $\frac{1}{9}$ D $\frac{1}{10}$ E 10

715 $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{4+x^2}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{\pi}{2}$ E π

716 $\displaystyle\int_0^1 \ln(x+1)\,\mathrm{d}x$

A $\ln\frac{e}{2}$ B $\ln\frac{2}{3}$ C 0 D $\ln\frac{4}{e}$ E $\ln 2$

717 $\displaystyle\int_0^1 \frac{1+x^2}{1+x^2+x^4}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ D $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

718 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{1/n}^{n} \frac{\operatorname{arctg}\left(x^2\right)}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{8}$ D π^2 E $\frac{\pi^2}{6}$

7

Admitere 16 iulie 2017

719 Fie șirul $a_n = n\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1} - a\sqrt{n} + \sqrt{n-1}\right)$, $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{R}$.
Dacă șirul (a_n) este convergent, atunci limita lui este:

A 0 **B** -1 **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $-\frac{1}{4}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16x^2 + 1} + 4x - 5$.

720 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ este:

A $-\infty$ **B** -5 **C** 4 **D** 8 **E** 0

721 Numărul asimptotelor funcției f este:

A 2 **B** 0 **C** 1 **D** 3 **E** 4

Se consideră ecuația $a^x = 2x + 1$, unde $a \in (0, \infty)$ este fixat.

722 Valoarea lui a pentru care ecuația admite rădăcina $x = 1$ este:

A 2 **B** 1 **C** 3 **D** $\ln 2$ **E** e

723 Mulțimea valorilor lui a pentru care ecuația admite o singură rădăcină reală este:

A $(0, +\infty) \setminus \{e^2\}$ **B** $(0, 1] \cup \{e^2\}$ **C** $(0, e^2]$ **D** $[1, +\infty)$ **E** $(0, 1] \cup \{e\}$

724 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{x^3 - \operatorname{tg}^3 x}$. Valoarea lui $f'(0)$ este:

A -1 **B** $-\frac{1}{5}$ **C** $\frac{1}{5}$ **D** $\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$ **E** $-\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$

Să se calculeze:

725 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2^x+3^x}{2\cdot 3^x+1}$

A 2 B 0 C $+\infty$ D 3 E $\frac{1}{2}$

726 $\lim\limits_{x\to+0} \left((x+9)^x - 9^x\right)^x$

A nu există B 0 C e D 1 E $\ln 9$

Să se calculeze:

727 $\displaystyle\int_0^3 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+9}$

A $\dfrac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B $\dfrac{\pi}{6}$ C $\dfrac{\pi}{4}$ D $\dfrac{\pi}{18}$ E $\dfrac{\pi}{12}$

728 $\displaystyle\int_1^e \ln\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$

A -1 B 1 C $2e-1$ D $1-2e$ E $e+1$

729 $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{\arccos x}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$

A 0 B $\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\pi^2}{2}$ D $\dfrac{\pi}{2}$ E $\dfrac{\pi^2}{4}$

730 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_2^e (\ln x)^n\,\mathrm{d}x$

A e B 0 C 1 D $\ln 2$ E ∞

731 Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x+2$ și fie f^{-1} inversa funcției f.
Valoarea $(f^{-1})'(-2)$ este:

A 15 B $\frac{1}{6}$ C 3 D $\frac{1}{3}$ E 2

În planul xOy se consideră punctele $A(3,0)$ și $B(0,4)$.

732 Distanța de la originea planului la dreapta AB este:

A 2 B $\frac{4}{3}$ C $\frac{12}{5}$ D 3 E $2\sqrt{2}$

733 Ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$ este:

A $\left(x-\frac{3}{2}\right)+(y-2)=0$ B $4x+3y+4=0$ C $3x-4y+4=0$ D $6x-8y+7=0$ E $x-y=0$

734 Se consideră familia de funcții $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_m(x)=x^2-(4m+3)x+4m+2$, $m\in\mathbb{R}$. Punctul din plan prin care trec toate graficele funcțiilor f_m este situat pe:

A axa Oy B axa Ox C prima bisectoare D a doua bisectoare E alt răspuns

Fie e baza logaritmului natural. Pe intervalul $(0,+\infty)$ definim legea de compoziție $x*y=x^{2\ln y}$, $\forall x>0,\ y>0$.

735 Elementul neutru este:

A $\sqrt{e}$ B 1 C e D $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ E e^2

736 Pentru $x\neq 1$, simetricul lui x în raport cu legea "$*$" este:

A e^{-x} B $\frac{1}{x}$ C $e^{\frac{1}{4\ln x}}$ D $x^{-2\ln x}$ E $\frac{1}{2\ln x}$

737 Valoarea lui $a>0$ pentru care structura algebrică $((0,\infty)\setminus\{a\},*)$ este grup, este:

A e B 1 C $\dfrac{1}{e}$ D e^2 E $\sqrt{e}$

738 Numărul $e*e*\cdots*e$, unde e apare de 10 ori, este:

A e^{256} B e^{10} C e^{512} D $10^{\ln 10}$ E e^{1024}

Se consideră sistemul $\begin{cases} ax + y + z = -1 \\ x + ay + z = -a \\ x + y - z = -2 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

739 Determinantul sistemului este:

A a^2 B $a^2 + 2a - 3$ C $a^2 - 2a + 3$ D $-a^2 - 2a + 3$ E $2a + 3$

740 Sistemul este incompatibil dacă și numai dacă:

A $a = -1$ B $a = 1$ C alt răspuns D $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\}$ E $a = -3$

741 Numărul valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul admite soluții (x, y, z), cu x, y, z în progresie aritmetică în această ordine, este:

A 0 B 3 C 1 D 2 E ∞

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos 2x$.

742 $f(0)$ este:

A 3 B -1 C 2 D $1/2$ E 1

743 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

A 1 B 3 C 2 D 5 E 0

744 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația $f(x) = m$ are soluții este:

A $\left[0, \frac{9}{8}\right]$ B $[-2, 0]$ C $\left[-2, \frac{9}{8}\right]$ D $\mathbb{R}$ E alt răspuns

745 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $16^x = 3^x + 4^x$ este:

A 2 B 1 C 3 D 0 E 4

Se dă ecuația $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1 = 0$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

746 Valoarea sumei $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A -2 B -4 C 2 D 4 E 1

747 Ecuația cu rădăcinile $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4}$ este:

A $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$
B $x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = 0$
C $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$
D $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$
E $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$

748 Valoarea sumei $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2}$ este:

A -3 B 3 C -2 D 2 E 1

8

Simulare admitere 12 mai 2018

749 $\int_{-1}^{1} \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right) \mathrm{d}x$ este:

A $-\mathrm{e}$ B $\ln 2$ C $-\ln 2$ D 0 E $2\ln 2$

750 $\int_{0}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{2x^2-2x+1}$ este:

A π B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{2}$ D $\ln 2$ E $\frac{\pi}{2}\ln 2$

751 $\int_{0}^{1} \sqrt{\frac{x}{1+x^3}} \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{3}{2}\ln 3$ B $\frac{2}{3}\ln\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$ C $\frac{2}{3}\ln 2$ D $\frac{2}{3}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$ E $\frac{3}{2}\ln 2$

752 $\int_{-1}^{1} \frac{x}{e^x+x+1} \mathrm{d}x$ este:

A 0 B $\ln\frac{\mathrm{e}}{1+\mathrm{e}}$ C $\ln\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ D $\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}-1}$ E $\ln\frac{\mathrm{e}}{2+\mathrm{e}}$

753 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x+1}{x+1}$ este:

A 0 B 2 C 1 D ∞ E e

754 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\ln\left(e^x + 2^x\right) - \sqrt{x^2-4x+1}\right)$ este:

A ∞ B 0 C 2 D $\ln 2$ E 4

755 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^{x^a} - x^{x^b}}{\ln^2 x}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este:

A $\dfrac{a-b}{2}$ B $b-a$ C $\mathrm{e}^a - \mathrm{e}^b$ D $ab(a-b)$ E $a-b$

Se consideră funcția $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^{2x}(x^2+x+m)$, unde m este un parametru real.

756 $f(0)$ este:

A 0 B $m+3$ C $\mathrm{e}^2(m+3)$ D m E $-m$

757 f este monotonă pe $\mathbb{R}$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $[\frac{1}{4}, 1]$ B $[0,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\mathbb{R}$ E $[\frac{1}{2},\infty)$

758 f are două puncte de extrem dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(-\infty, \frac{1}{2})$ B $[0,\infty)$ C $(-2,2)$ D $\mathbb{R}$ E $(-1,1)$

759

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x-a|\sin x$, unde a este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 2 B 0 C 1 D infinit E 4

760

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin formula de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + 2$, $x_0 = a \in \mathbb{R}$. Șirul este convergent dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $[1,2]$ B $[-1,1]$ C $[0,2]$ D $[0,1]$ E $[-1,0]$

761

Dacă $a = \log_6 2$, atunci $\log_3 12$ este:

A 4 B $\dfrac{2+a}{2-a}$ C $\dfrac{a+4}{a+3}$ D $\dfrac{1+a}{1-a}$ E $\dfrac{1}{4}$

Ecuația $x^2 - 2mx + 2m^2 - 2m = 0$, unde m este un parametru real, are rădăcinile reale x_1 și x_2.

762 Suma $x_1 + x_2$ este:

A $2m$ B 2 C $2m^2 - 2m$ D m E $-m$

763 Mulțimea valorilor produsului $x_1 x_2$ este:

A $[0, 4]$ B $\left[-\frac{1}{2}, 4\right]$ C $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ D $[-1, 2]$ E $\mathbb{R}$

Se consideră ecuația $x^5 + a^2x^4 + 1 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_i, $i = 1, \ldots, 5$.

764 Valoarea sumei $\sum\limits_{i=1}^{5} x_i$ este:

A $-5a$ B a^4 C $-a^2$ D 0 E $-a^4$

765 Valoarea sumei $\sum\limits_{i=1}^{5} \dfrac{1}{x_i^4}$ este:

A 0 B a^4 C $-5a^4$ D $-4a^2$ E a^3

766 Mulțimea valorilor lui a pentru care două dintre rădăcinile ecuației au partea imaginară negativă este:

A $[-1, 1]$ B $\emptyset$ C $(-\infty, 0]$ D $(-\infty, 0)$ E $\mathbb{R}$

767 Numărul valorilor parametrului real a pentru care sistemul $\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \end{cases}$ are cel puțin o soluție este:

A 0 B 2 C 1 D 3 E infinit

768 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel ca $A^2 - \lambda A + \lambda^2 I_2 = O_2$. Matricea A^{2018} este:

A $\lambda^{2018} I_2$ B A C $\lambda^{2016} A^2$ D $\lambda^2 A^2$ E O_2

Se consideră grupul $(G, \star)$, unde $G = (-1, 1)$ și $x \star y = \dfrac{x+y}{1+xy}$.

769 $\dfrac{2}{3} \star \dfrac{3}{4}$ este:

A $\dfrac{9}{12}$ B 0 C 1 D $\dfrac{14}{15}$ E $\dfrac{17}{18}$

770 Elementul neutru al grupului $(G, \star)$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B 0 C $-\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

771 Dacă $\big((0,\infty), \cdot\big)$ este grupul multiplicativ al numerelor reale pozitive, atunci funcția crescătoare $f\colon G \to (0,\infty)$, $f(x) = \dfrac{a+x}{b-x}$, este un izomorfism de grupuri pentru:

A $a = b = 2$ B $a = -b = 1$ C $a = -b = -1$ D $a = b = -1$ E $a = b = 1$

772 $\dfrac{1}{2} \star \dfrac{1}{4} \star \cdots \star \dfrac{1}{10}$ este:

A $\dfrac{5}{6}$ B $\dfrac{10}{13}$ C $\dfrac{11}{15}$ D $\dfrac{7}{9}$ E $\dfrac{8}{9}$

773 Numărul valorilor parametrului real m pentru care ecuația
$\sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} = m$ are soluții este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Fie $f\colon [0, 3\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos(4x)$.

774 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ este:

A 2 B 1 C 0 D $\sqrt{2}$ E $2\sqrt{2}$

775 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 2$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 6

776 Ecuațiile dreptelor care sunt la distanță 2 de punctul $A(2,1)$ și trec prin originea $O(0,0)$ sunt:

A alt răspuns B $3x + 4y = 0$ C $y = \pm x$ D $2x \pm y = 0$ E $x \pm 2y = 0$

Se consideră punctele $A(6,0)$, $B(0,3)$ și $O(0,0)$ în plan.

777 Ecuația înălțimii din O a triunghiului AOB este:

A $x = 2y$ B $2y = 3x$ C $y = 2x$ D $x = y$ E $3x = y$

778 Coordonatele centrului de greutate al triunghiului AOB sunt:

A $(2,1)$ B $(1,1)$ C $(1,2)$ D $(2,2)$ E $(3,2)$

9

Admitere 16 iulie 2018

Calculați:

779 $\displaystyle\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}$

A $\ln 2$ B $\ln 3$ C $\ln 4$ D $\ln 5$ E $\ln 8$

780 $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$

A $\operatorname{arctg}\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ B $\operatorname{arctg}\mathrm{e}-\dfrac{\pi}{4}$ C $\operatorname{arctg}\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}^2+1}$ D $\ln\dfrac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}+1}$ E $\ln(2\mathrm{e})$

781 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4x)}{\cos^4 x+\sin^4 x}\mathrm{d}x$

A $\ln 2$ B $\pi\ln 4$ C $\pi\ln 8$ D $\ln\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ E $\ln(\pi\mathrm{e})$

782 Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x. Atunci $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\int_0^{\pi}\{x\}^n\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{\pi}{2}$ B 4 C 2 D π E 3

783 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{2\cdot 9^x+5^x+4}{9^{x+1}-5^x+2^x}$ este:

A $\dfrac{2}{9}$ B 2 C 1 D $\dfrac{1}{9}$ E $+\infty$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ f(x) = x^3 + ax$, unde a este un parametru real.

784 $f'(0)$ este:

A $1+a$ B a C $1-a$ D 1 E 0

785 Graficul lui f este tangent axei Ox dacă:

A $a=2$ B $a=-1$ C $a=1$ D $a=0$ E $a=3$

786 Pentru $a=-3$, numărul punctelor de extrem local ale funcției $g(x) = |f(x)|$, $x \in \mathbb{R}$, este:

A 4 B 1 C 2 D 3 E 5

787 Pentru $a=1$, $(f^{-1})'(2)$ este:

A $1/2$ B $1/4$ C $1/3$ D 0 E $+\infty$

Se consideră în plan punctul $A(0,-1)$, dreptele $d_1\colon\ x-y+1=0$, $d_2\colon\ 2x-y=0$ și punctele $B \in d_1$, $C \in d_2$, astfel încât d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC.

788 Intersecția dreptelor d_1 și d_2 are coordonatele:

A $(-1,2)$ B $(2,3)$ C $(1,2)$ D $(-1,0)$ E $\left(-\dfrac{1}{2},-1\right)$

789 Punctul B are coordonatele:

A $(3,6)$ B $(0,1)$ C $(1,2)$ D $(-1,0)$ E $(-2,-1)$

790 Se consideră punctele $A(2,3)$ și $B(4,5)$. Mediatoarea segmentului $[AB]$ are ecuația:

A $2x-y=2$ B $2x+y=10$ C $x+2y=11$ D $-x+y=1$ E $x+y=7$

Se consideră polinomul $P(X) = X^{20} + X^{10} + X^5 + 2$, având rădăcinile $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{20}$. Notăm cu $R(X)$ restul împărțirii polinomului $P(X)$ prin $X^3 + X$.

791 $P(i)$ este:

A $2+i$ B $1+i$ C 2 D i E 0

792 $R(X)$ este:

A $2+X+X^2$ B $2+X$ C $2+X-X^2$ D X E 1

793 $\displaystyle\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{x_k - x_k^2}$ este:

A $\frac{15}{2}$ B 5 C 6 D 8 E 7

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și fie $A^n = \begin{pmatrix} x_n & -y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Notăm $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

794 $2A - A^2$ este:

A $A + I_2$ B I_2 C $2I_2$ D O_2 E $A - I_2$

795 A^{48} este:

A O_2 B $2^{12}I_2$ C $2^{48}I_2$ D $2^{48}A$ E $2^{24}I_2$

796 $\dfrac{x_{10}^2 + y_{10}^2}{x_8^2 + y_8^2}$ este:

A 16 B 2 C 8 D 4 E 1

797 Perechea $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, pentru care $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1} + \sqrt{x^2+2x+2} - ax - b\right) = 0$, este:

A $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ B $(-2,-1)$ C $(-2,-2)$ D $(2,-2)$ E $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

798 $\lim\limits_{x\to 0} e^{\frac{1}{x}} \cdot \sin x$ este:

A nu există B 0 C ∞ D $-\infty$ E 1

799

Se consideră șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$, $a_0 = 1$, $a_1 = a$, $a_{n+1}^3 = a_n^2 a_{n-1}$, $n \geq 1$. Valoarea lui a, pentru care $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 8$, este:

A 2 B 16 C 8 D 32 E 4

Se consideră ecuația: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = m$, $m \in \mathbb{R}$.

800

Ecuația admite soluția $x = \dfrac{\pi}{2}$ pentru:

A $m = \dfrac{1}{4}$ B $m = 1$ C $m = 0$ D $m = -1$ E $m = -\dfrac{1}{4}$

801

Ecuația are soluție dacă și numai dacă m aparține intervalului:

A $[-1, 1]$ B $[-4, 4]$ C $\left[-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$ D $\left[-\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{4}\right]$ E $[-2, 2]$

802

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \dfrac{3}{5}$, atunci $\sin x$ este:

A $\dfrac{3}{4}$ B $\dfrac{4}{5}$ C $-\dfrac{4}{5}$ D 1 E $-\dfrac{3}{4}$

803

Dacă $\lg 5 = a$ și $\lg 6 = b$, atunci $\log_3 2$ este:

A $\dfrac{1+a}{a+b+1}$ B $\dfrac{1+a}{a-b+1}$ C $\dfrac{1-a}{a+b+1}$ D $\dfrac{1-a}{a+b-1}$ E $\dfrac{1-a}{b-1}$

804

Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ verifică relația $2\lg(x-2y) = \lg x + \lg y$, atunci mulțimea valorilor expresiei $\dfrac{x}{y}$ este:

A $\{4\}$ B $\{1\}$ C $\{1, 4\}$ D $\{1, 2, 4\}$ E $\emptyset$

805

Dacă $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, atunci $(1+\alpha)(1+\alpha^2)(1+\alpha^3)(1+\alpha^4)(1+\alpha^5)(1+\alpha^6)$ este:

A 64 B 0 C 16 D 4 E $8i$

Pe intervalul $(-1,1)$ se definește legea de compoziție $*$ prin
$x * y = \dfrac{2xy + 3(x+y) + 2}{3xy + 2(x+y) + 3}, \quad x, y \in (-1,1).$

806 Elementul neutru al legii $*$ este:

A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$ D $\frac{1}{3}$ E $-\frac{1}{3}$

807 Dacă funcția $f : (-1,1) \to (0,\infty)$, $f(x) = a\,\dfrac{1-x}{1+x}$ verifică relația $f(x*y) = f(x)f(y)$, $\forall x, y \in (-1,1)$, atunci a este:

A $-\frac{2}{3}$ B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{5}$ E $-\frac{1}{5}$

808 Numărul soluțiilor ecuației $\underbrace{x * x * \cdots * x}_{x \text{ de } 10 \text{ ori}} = \dfrac{1}{10}$ este:

A 2 B 0 C 1 D 10 E 5

10

Simulare admitere 18 mai 2019

809 Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A îl conțin pe 3 și îl au pe 7 ca fiind cel mai mare element?

A 2^5 B 2^7 C $2^7 - 1$ D C_7^3 E 2^6

Se consideră sistemul $(S): \begin{cases} x - 2y - 3z = b \\ 2x + y + az = 2 \\ 3x + y - 2z = 4 \end{cases}$ $a, b \in \mathbb{R}$.

810 Sistemul (S) este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq 1$ B $a \neq -1$ C $a = 1, b = 2$ D $a = 3, b \neq 2$ E $a \neq -2$

811 Sistemul (S) este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

A $a = 1,\ b = -5$ B $a = -1,\ b = 4$ C $a = -1,\ b = 6$ D $a = -1,\ b = -6$
E $a = 1,\ b = 5$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (2m+1)x^2 - 2(m+2)x + m + 2$, unde m este un parametru real, $m \neq -\dfrac{1}{2}$.

812 Ecuația $f(x) = 0$ are o unică soluție dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\{-1, 2\}$ B $\{-1, 1\}$ C $\{-2, 2\}$ D $\{-2, 1\}$ E $\{0, 1\}$

813 Funcția f admite un minim global negativ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\left(-\dfrac{1}{2}, 1\right)$ B $[-1, 2)$ C $\left(-\dfrac{1}{2}, 1\right]$ D $\left(-\infty, -\dfrac{1}{2}\right) \cup (1, \infty)$ E $\left(-\infty, -\dfrac{1}{2}\right] \cup (1, \infty)$

814 Soluțiile reale x_1, x_2 ale ecuației $f(x) = 0$ verifică $x_1 < 2$ și $x_2 > 2$ dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $\left[0, \dfrac{2}{5}\right)$ B $\left[-\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{5}\right)$ C $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{5}\right]$ D $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{5}\right)$ E $\mathbb{R}$

Pe mulțimea $(0, \infty)$ se definește legea de compozitie "$\star$" prin $x \star y = x^{\frac{\lg y}{\lg a}}$, unde $a \in (0, \infty) \setminus \{1\}$ este fixat.

815 Elementul neutru este:

A 1 B $-\lg a$ C $\lg a$ D a^{-1} E a

816 Simetricul unui element $x \in (0, \infty) \setminus \{1\}$ în raport cu legea "$\star$" este:

A $e^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ B $10^{\frac{\lg^2 a}{\lg x}}$ C $10^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{\lg^2 a}}$ E x^{-1}

817 $\underbrace{x \star x \star \cdots \star x}_{x \text{ apare de } n \text{ ori}}$ este:

A $10^{\frac{\lg^n x}{\lg^{n-1} a}}$ B $e^{\frac{\lg^n x}{\lg^n a}}$ C $10^{n\frac{\lg x}{\lg a}}$ D $e^{\frac{\lg x}{n \lg^2 a}}$ E $10^{\frac{\lg x}{n \lg a}}$

818 Fie $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ și $\operatorname{tr}(A) = a + d$. Atunci $\det(A + I_2) - 1 - \det A$ este:

A $2\operatorname{tr}(A) + 1$ B $\operatorname{tr}(A) + 1$ C $2\operatorname{tr}(A)$ D $\operatorname{tr}(A) - 1$ E $\operatorname{tr}(A)$

Fie ε rădăcina pozitivă a ecuației $x^2 - x - 1 = 0$
și matricea $A = \begin{pmatrix} -\varepsilon + 1 & \frac{1}{\varepsilon} \\ 1 & \varepsilon - 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

819 ε^3 este egal cu:

A $\varepsilon - 2$ B $2\varepsilon - 1$ C $2\varepsilon + 1$ D $-\varepsilon + 2$ E ε

820 $\det\left(A^{2019}\right)$ este:

A 1 B 0 C 2019 D -1 E ε

821 Matricea A^{2019} este:

A εI_2 B $-A$ C I_2 D $-\varepsilon I_2$ E A

822 Fie polinomul $P(x) = x^3 + 3x + 2$, cu rădăcinile $x_1,\ x_2,\ x_3$.
Polinomul cu rădăcinile $1 + x_1,\ 1 + x_2,\ 1 + x_3$ este:

A $x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ B $x^3 - 3x^2 - 5x - 1$ C $x^3 - 3x^2 - x + 2$ D $x^3 - 3x^2 + x - 1$
E $x^3 - 3x^2 - x - 5$

823 $\lim\limits_{n\to\infty} n \displaystyle\int_0^1 \frac{x^n}{1 + x + x^n}\,\mathrm{d}x$ este:

A 1 B $\ln 2$ C $\ln\frac{3}{2}$ D 2 E $2\ln 2$

824 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \cos\frac{2k}{n\sqrt{n}}\right)$ este:

A 2 B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{2}{3}$ E $+\infty$

Se consideră funcția $f : [-2, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^{-x}(x^2 + x - 1)$.

825 Numărul asimptotelor lui f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4ex]

826 Numărul punctelor de extrem local ale lui f este:

A 4 B 2 C 0 D 1 E 3

827

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n}{\sqrt{n^2+2n}}$ este:

A 0 B $\dfrac{2}{3}$ C 1 D $\sqrt{2}$ E 2

828

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}}$ este:

A 0 B 1 C $\sqrt{2}$ D $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ E nu există

829

Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \left|2x^2 - 3x + 1\right| \cdot \cos(a\,x)$, unde $a \in [0, 2\pi]$ este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care funcția f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

830

$\displaystyle\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{1+x}}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\dfrac{1}{2}$ B $2\sqrt{3}$ C $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ D 2 E $\dfrac{7}{12}$

Fie $a \in \mathbb{R}$ și fie funcțiile $f, g : (-1, \infty) \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = ax^2 + x$, $g(x) = \ln(1+x)$.

831

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ este:

A 0 B $2a+1$ C 1 D ∞ E $a+1$

832

Mulțimea valorilor lui a pentru care graficele funcțiilor f și g au tangentă comună într-un punct comun este:

A $\mathbb{R}\setminus\left\{1-\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right\}$ B $(-\infty, 0]$ C $[0, \infty)$ D $\left[-\dfrac{1}{2}, \infty\right)$ E $\mathbb{R}$

Fie șirul de numere reale $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n\sqrt{1-x_n^2}$, unde $x_0 = a \in (0,1)$.

833 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A 1 B 0 C a D $\sqrt{1-a^2}$ E nu există

834 $\lim\limits_{n\to\infty} n\,x_n^2$ este:

A 0 B 1 C a^2 D $1-a^2$ E $+\infty$

Fie $ABCD$ paralelogram, cu $A(-1,4)$, $B(1,6)$ și $C(3,-8)$.

835 Punctul de intersecție a diagonalelor are coordonatele:

A $(2,-1)$ B $(0,5)$ C $(1,-2)$ D $(2,-4)$ E $(1,-10)$

836 Simetricul lui D față de dreapta AB are coordonatele:

A $(-14,5)$ B $(6,-15)$ C $(-13,4)$ D $(-15,6)$ E $(-5,14)$

837 Aria paralelogramului $ABCD$ este:

A 32 B 16 C 8 D 48 E 24

838 Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin(3x) = \dfrac{8}{3\sqrt{3}}$ este:

A $\left\{(-1)^k \arcsin\dfrac{1}{\sqrt{3}} + k\pi \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\dfrac{k\pi}{6} \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$

C $\left\{(-1)^k \arcsin\dfrac{3\sqrt{3}}{8} + k\pi \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\emptyset$ E $\left\{\dfrac{k\pi}{8} \,:\, k\in\mathbb{Z}\right\}$

11

Admitere 24 iulie 2019

839

Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \ldots, 8\}$. Care este numărul submulțimilor lui A care îl conțin pe 5 și au cel puțin un element mai mare decât 5?

A 224 B 217 C 64 D 192 E 240

Pentru orice $m \in \mathbb{R}^*$ se definește funcția

$$f_m \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_m(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m + 2.$$

840 Numărul punctelor din plan comune tuturor graficelor funcțiilor f_m este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

841 Mulțimea valorilor m pentru care funcția f_m are ambele rădăcini reale și strict negative este:

A $(-\infty, -1) \cup (0, \infty)$ B $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ C $\emptyset$ D $(0, \infty)$ E $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$

Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ se definește legea de compoziție "$*$" prin $x * y = x + y + axy$, unde $a \in \mathbb{Z}$ este fixat.

842 Numărul valorilor lui a pentru care legea de compoziție are element neutru este:

A 1 B 2 C 4 D 5 E infinit

843 Dacă $a = -2$, atunci numărul elementelor simetrizabile este:

A 1 B 2 C 4 D 5 E infinit

844 Dacă $a = -2$, atunci $\underbrace{1 * 1 * \cdots * 1}_{\text{1 apare de 2019 ori}}$ este:

A -1 B 1 C $\dfrac{3^{2019} - 1}{2}$ D $\dfrac{3^{2019} + 1}{2}$ E 0

845 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ inversabilă astfel încât $A + A^{-1} = I_2$.
Atunci matricea $I_2 + A + A^2 + \cdots + A^{2019}$ este:

A $2A - I_2$ B $2A + I_2$ C $-2A + I_2$ D $-2A - I_2$ E $A + I_2$

846 Fie $z = \cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3}$. Atunci $(1 - z)(1 - z^2)(1 - z^4)(1 - z^5)$ este:

A 9 B 0 C i D 1 E z

Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = b \\ x + y + az = 1 \end{cases}$ cu $a, b \in \mathbb{R}$.

847 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

A $a \neq \dfrac{2}{3}$ B $a = \dfrac{2}{3}$ C $a \neq \dfrac{3}{2}$ D $a = \dfrac{3}{2}$ E $a \neq 2$

848 Sistemul este compatibil nedeterminat dacă și numai dacă:

A $a = \dfrac{2}{3}, b = 2$ B $a = \dfrac{2}{3}, b \neq 2$ C $a = \dfrac{3}{2}, b = 2$ D $a = \dfrac{2}{3}, b = 3$ E $a \neq \dfrac{2}{3}, b = 2$

Se consideră polinomul $P(X) = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4.

849 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

A 2 B 0 C 1 D -1 E -2

850 $x_1^{2019} + x_2^{2019} + x_3^{2019} + x_4^{2019}$ este:

A -4 B 4 C 1 D -1 E 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n - x_n^2$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

851 Dacă $x_{100} = 1$, atunci valoarea lui x_0 este:

A -2 B 1 C -1 D 2 E nu există

852 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

A $[-1, 1]$ B $(-\infty, 0]$ C $[0, 1]$ D $[1, \infty)$ E $(-1, 1)$

853 Dacă $x_0 = \dfrac{1}{2}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{x_n}$ este:

A 1 B 0 C $\dfrac{1}{2}$ D nu există E $+\infty$

854 Numărul punctelor de extrem ale funcției $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 1)^2(x^2 - 9)^3$, este:

A 2 B 3 C 4 D 5 E 6

Fie $f\colon (-1, 1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 + x + m)$, $m \in \mathbb{R}$.

855 $f(0)$ este:

A 0 B $m - 1$ C m D $m + 1$ E $m + 2$

856 Funcția f are un singur punct de extrem local dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $(-5, 1)$ B $\{-5, 1\}$ C $[-5, 1)$ D $(-5, 2)$ E $\left\{\dfrac{5}{4}\right\}$

Fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^{2x} + 1}$.

857 Numărul asimptotelor la graficul funcției f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E alt răspuns

858 Imaginea funcției f este:

A $\left(-1, \dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\right]$ B $[-1, 0)$ C $(-1, 0)$ D $\left(-1, \dfrac{1}{2}\right)$ E $[-1, \sqrt{2}]$

859 $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{x^2+4}\, dx$ este:

A $\ln 1$ B $\ln 2$ C $\dfrac{\pi}{8}$ D $\ln 3$ E $\dfrac{\pi}{2}$

860 $\displaystyle\int_1^9 \frac{1}{x+\sqrt{x}}\, dx$ este:

A $\ln 1$ B $\ln 2$ C π D $\ln 4$ E $-\ln 2$

861 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{x - x^2}{(x^2+1)(x^3+1)}\, dx$ este:

A 0 B 1 C $\log \dfrac{3}{2}$ D $\log \dfrac{2}{3}$ E -1

862 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_{\frac{1}{n}}^n \frac{1}{(x^2+1)(x^7+1)}\, dx$ este:

A $\dfrac{\pi}{3}$ B $\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\pi}{2}$ D $\dfrac{\pi}{8}$ E alt răspuns

În planul xOy se consideră punctele $A(8,0)$ și $B(0,6)$, iar M este un punct variabil pe segmentul $[AB]$. Fie P și N proiecțiile lui M pe axele Ox, respectiv Oy.

863 Ecuația dreptei AB este:

A $3x+4y=24$ B $3x+2y=24$ C $x+y=10$ D $2x+y=22$ E $x-y=1$

864 Lungimea minimă a lui $[OM]$ este:

A 4 B 6 C 5 D $\frac{24}{5}$ E $\frac{16}{3}$

865 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $MNOP$ este:

A 10 B 12 C 13 D 14 E 15

Se dă ecuația $\cos^2 x - 2\sin x\cos x = a + \sin^2 x, \quad a \in \mathbb{R}$.

866 Ecuația are soluția $\frac{\pi}{4}$ dacă a este:

A 0 B 1 C -1 D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

867 Ecuația admite soluții dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

A $[-\sqrt{5},\sqrt{5}]$ B $[-2,2]$ C $[-1,1]$ D $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$ E $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

868 Dacă $\sin x + \cos x = 1, \quad x \in \mathbb{R}$, atunci valoarea minimă pe care o poate lua expresia $\sin^{2019} x + \cos^{2019} x$ este:

A -1 B 0 C $\frac{1}{2^{2019}}$ D 1 E $\frac{1}{4}$

***

Problemele au fost propuse/prelucrate/alese de către:

1 - Maria Câmpian
2 - Daria Dumitraș
3 - Maria Câmpian
4 - Eugenia Duca
5 - Liana Timboș
6 - Liana Timboș
7 - Liana Timboș
8 - Dalia Cîmpean
9 - Dalia Cîmpean
10 - Dalia Cîmpean
11 - Maria Câmpian
12 - Maria Câmpian
13 - Maria Câmpian
14 - Alexandra Ciupa
15 - Alexandra Ciupa
16 - Viorica Muresan
17 - Viorica Muresan
18 - Dalia Cîmpean
19 - Radu Peter
20 - Mircea Ivan
21 - Daria Dumitraș
22 - Daniela Inoan
23 - Nicolaie Lung
24 - Daria Dumitraș
25 - Daniela Roșca
26 - Daniela Roșca
27 - Adela Novac
28 - Adela Novac
29 - Floare Tomuța
30 - Mircea Dan Rus
31 - Mircea Dan Rus
32 - Mircea Dan Rus
33 - Floare Tomuța
34 - Iuliu Crivei
35 - Viorica Mureșan
36 - Neculae Vornicescu
37 - Neculae Vornicescu
38 - Alexandra Ciupa
39 - Vasile Pop
40 - Vasile Câmpian
41 - Ioan Gavrea
42 - Ioan Gavrea
43 - Ioan Gavrea
44 - Daniela Roșca
45 - Eugenia Duca
46 - Eugenia Duca
47 - Alexandru Mitrea
48 - Alexandru Mitrea
49 - Alexandru Mitrea
50 - Alexandru Mitrea
51 - Alexandru Mitrea
52 - Eugenia Duca
53 - Tania Lazar
54 - Gheorghe Toader
55 - Daniela Marian
56 - Ioan Rașa
57 - Ioan Rașa
58 - Ioan Rașa
59 - Ioan Rașa
60 - Ioan Rașa
61 - Alexandru Mitrea
62 - Ioan Rașa
63 - Daniela Roșca
64 - Daniela Roșca
65 - Floare Tomuța
66 - Daniela Roșca
67 - Daniela Roșca
68 - Daniela Roșca
69 - Alexandru Mitrea
70 - Gheorghe Toader
71 - Eugenia Duca
72 - Silvia Toader
73 - Silvia Toader
74 - Silvia Toader
75 - Ioan Gavrea
76 - Ioan Gavrea
77 - Bogdan Gavrea
78 - Bogdan Gavrea
79 - Alexandra Ciupa
80 - Mihaela Bercheșan
81 - Mihaela Bercheșan
82 - Mihaela Bercheșan
83 - Eugenia Duca
84 - Mircea Ivan
85 - Alexandra Ciupa
86 - Alexandru Mitrea
87 - Ioan Rașa
88 - Ioan Rașa
89 - Ioan Rașa
90 - Ioan Rașa
91 - Mircea Ivan
92 - Mircea Ivan
93 - Daria Dumitraș
94 - Daria Dumitraș
95 - Vasile Pop
96 - Silvia Toader
97 - Nicolaie Lung
98 - Nicolaie Lung
99 - Daniela Roșca
100 - Dorian Popa
101 - Neculae Vornicescu
102 - Neculae Vornicescu
103 - Vasile Miheșan
104 - Daria Dumitraș
105 - Vasile Miheșan
106 - Daniela Roșca
107 - Daniela Roșca
108 - Daniela Roșca
109 - Vasile Pop
110 - Vasile Pop
111 - Silvia Toader
112 - Silvia Toader
113 - Gheorghe Toader
114 - Rozica Moga
115 - Rozica Moga
116 - Viorica Mureșan
117 - Dorian Popa
118 - Mircea Ivan
119 - Iuliu Crivei
120 - Iuliu Crivei
121 - Daniela Roșca
122 - Ioan Gavrea
123 - Ioan Gavrea
124 - Vasile Pop
125 - Alexandru Mitrea
126 - Viorica Mureșan
127 - Ovidiu Furdui
128 - Ovidiu Furdui
129 - Eugenia Duca

130 - Alina Sîntămărian
131 - Vasile Pop
132 - Mircea Ivan
133 - Mircea Ivan
134 - Eugenia Duca
135 - Neculae Vornicescu
136 - Iuliu Crivei
137 - Gheorghe Toader
138 - Alexandra Ciupa
139 - Silvia Toader
140 - Vasile Câmpian
141 - Daniela Inoan
142 - Dorian Popa
143 - Neculae Vornicescu
144 - Mircea Ivan
145 - Vasile Pop
146 - Mircea Ivan
147 - Daniela Inoan
148 - Dorian Popa
149 - Gheorghe Toader
150 - Viorica Mureșan
151 - Vasile Pop
152 - Floare Tomuța
153 - Vasile Miheșan
154 - Ioan Gavrea
155 - Ioan Gavrea
156 - Radu Peter
157 - Ioan Rașa
158 - Vasile Pop
159 - Vasile Pop
160 - Neculae Vornicescu
161 - Alexandru Mitrea
162 - Alexandru Mitrea
163 - Floare Tomuța
164 - Daniela Roșca
165 - Mircea Ivan
166 - Mircea Dan Rus
167 - Mircea Dan Rus
168 - Alexandra Ciupa
169 - Vasile Miheșan
170 - Vasile Pop
171 - Floare Tomuța
172 - Alexandru Mitrea
173 - Alexandru Mitrea
174 - Alexandru Mitrea
175 - Alexandru Mitrea
176 - Alexandru Mitrea
177 - Alexandru Mitrea
178 - Alexandru Mitrea
179 - Dorian Popa
180 - Dorian Popa
181 - Dorian Popa
182 - Dorian Popa
183 - Dorian Popa
184 - Vasile Pop
185 - Gheorghe Toader
186 - Viorica Mureșan
187 - Viorica Mureșan
188 - Daniela Roșca
189 - Nicolaie Lung
190 - Iuliu Crivei
191 - Iuliu Crivei
192 - Daniela Roșca
193 - Vasile Miheșan
194 - Vasile Miheșan
195 - Vasile Miheșan
196 - Vasile Pop
197 - Vasile Pop
198 - Vasile Pop
199 - Vasile Pop
200 - Silvia Toader
201 - Silvia Toader
202 - Silvia Toader
203 - Ioan Rașa
204 - Ioan Rașa
205 - Ioan Rașa
206 - Mircia Gurzău
207 - Vasile Pop
208 - Vasile Pop
209 - Alexandru Mitrea
210 - Gheorghe Toader
211 - Dorian Popa
212 - Dorian Popa
213 - Dorian Popa
214 - Iuliu Crivei
215 - Iuliu Crivei
216 - Daniela Inoan
217 - Dorian Popa
218 - Ioan Rașa
219 - Adela Novac
220 - Adela Novac
221 - Dorian Popa
222 - Dorian Popa
223 - Dorian Popa
224 - Mircea Ivan
225 - Nicolaie Lung
226 - Nicolaie Lung
227 - Nicolaie Lung
228 - Constantin Todea
229 - Vasile Pop
230 - Ioan Gavrea
231 - Vasile Pop
232 - Vasile Pop
233 - Vasile Pop
234 - Mircea Rus
235 - Mircea Rus
236 - Mircea Rus
237 - Mircea Rus
238 - Mircea Rus
239 - Mircea Rus
240 - Mircea Rus
241 - Mircea Rus
242 - Mircea Rus
243 - Mircea Rus
244 - Mircea Rus
245 - Mircea Rus
246 - Silvia Toader
247 - Silvia Toader
248 - Daniela Roșca
249 - Alexandru Mitrea
250 - Mircea Ivan
251 - Ioan Gavrea
252 - Dorian Popa
253 - Dorian Popa
254 - Dorian Popa
255 - Dorian Popa
256 - Dorian Popa
257 - Dorian Popa
258 - Dorian Popa
259 - Dorian Popa
260 - Dorian Popa
261 - Dorian Popa
262 - Dorian Popa
263 - Mircea Ivan
264 - Mircea Ivan
265 - Mircea Ivan
266 - Mircea Ivan
267 - Vasile Pop
268 - Adela Novac
269 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
270 - Daniela Roșca
271 - Ioan Rașa
272 - Maria Câmpian
273 - Maria Câmpian
274 - Maria Câmpian
275 - Adela Novac
276 - Viorica Mureșan
277 - Daniela Roșca
278 - Alexandra Ciupa
279 - Ioan Rașa
280 - Nicolaie Lung
281 - Alexandra Ciupa
282 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
283 - Ioan Rașa
284 - Daria Dumitraș
285 - Adela Capătă
286 - Ioan Gavrea
287 - Ioan Gavrea
288 - Ioan Gavrea
289 - Ioan Gavrea
290 - Mircea Ivan
291 - Alina Sîntămărian
292 - Mircea Ivan
293 - Neculae Vornicescu
294 - Silvia Toader
295 - Marius Birou
296 - Alexandra Ciupa
297 - Adrian Holhos
298 - Adrian Holhos
299 - Ioan Rașa
300 - Eugenia Duca
301 - Mircea Ivan
302 - Adela Capătă
303 - Adela Capătă
304 - Viorica Mureșan
305 - Mircea Ivan
306 - Vasile Pop
307 - Mircea Ivan

308 - Radu Peter
309 - Adrian Holhoș
310 - Floare Tomuța
311 - Floare Tomuța
312 - Dorian Popa
313 - Alexandra Ciupa
314 - Vasile Pop
315 - Radu Peter
316 - Radu Peter
317 - Alexandru Mitrea
318 - Ovidiu Furdui
319 - Mircea Ivan
320 - Mircea Ivan
321 - Mircea Ivan
322 - Mircea Ivan
323 - Mircea Ivan
324 - Daniela Roșca
325 - Daniela Roșca
326 - Lucia Blaga
327 - Lucia Blaga
328 - Alexandra Ciupa
329 - Alexandra Ciupa
330 - Alexandra Ciupa
331 - Vasile Pop
332 - Maria Câmpian
333 - Neculae Vornicescu
334 - Daniela Inoan
335 - Tania Lazar
336 - Tania Lazar
337 - Daniela Inoan
338 - Dorian Popa
339 - Vasile Pop
340 - Maria Câmpian
341 - Radu Peter
342 - Iuliu Crivei
343 - Alexandra Ciupa
344 - Vasile Câmpian
345 - Adrian Holhoș
346 - Alina-Ramona Baias
347 - Adrian Holhoș
348 - Neculae Vornicescu
349 - Mircea Ivan
350 - Mircea Ivan
351 - Mircea Ivan
352 - Mircea Dan Rus
353 - Mircea Dan Rus
354 - Mircea Dan Rus
355 - Neculae Vornicescu
356 - Neculae Vornicescu
357 - Daniela Roșca
358 - Vasile Pop
359 - Alexandru Mitrea
360 - Dorian Popa
361 - Tania Lazar
362 - Adela Novac
363 - Adela Novac
364 - Adela Novac
365 - Mircea Ivan
366 - Daniela Roșca
367 - Ioan Rașa
368 - Alexandru Mitrea
369 - Alexandru Mitrea
370 - Daniela Marian
371 - Vasile Pop
372 - Mircea Ivan
373 - Mircea Ivan
374 - Ioan Gavrea
375 - Neculae Vornicescu
376 - Mircea Ivan
377 - Mircea Ivan
378 - Mircea Ivan
379 - Daniela Marian
380 - Daniela Marian
381 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
382 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
383 - Mircea Ivan
384 - Alexandra Ciupa
385 - Alexandru Mitrea
386 - Daniela Roșca
387 - Daniela Roșca
388 - Mircea Dan Rus
389 - Mircea Dan Rus
390 - Mircea Dan Rus
391 - Dorian Popa
392 - Ioan Gavrea
393 - Alexandru Mitrea
394 - Mircea Ivan
395 - Dorian Popa
396 - Vasile Ile
397 - Alexandru Mitrea
398 - Lucia Blaga
399 - Mircea Ivan
400 - Daniela Roșca
401 - Alexandru Mitrea
402 - Gheorghe Toader
403 - Gheorghe Toader
404 - Mircea Dan Rus
405 - Mircea Dan Rus
406 - Mircea Dan Rus
407 - Dorian Popa
408 - Dorian Popa
409 - Dorian Popa
410 - Ioan Gavrea
411 - Ioan Gavrea
412 - Alexandru Mitrea
413 - Dalia Cîmpean
414 - Dorian Popa
415 - Vasile Pop
416 - Vasile Pop
417 - Vasile Pop
418 - Neculae Vornicescu
419 - Iuliu Crivei
420 - Mircea Ivan
421 - Alexandru Mitrea
422 - Ioan Rașa
423 - Vasile Pop
424 - Vasile Pop
425 - Mircia Gurzău
426 - Neculae Vornicescu
427 - Daniela Marian
428 - Daniela Marian
429 - Neculae Vornicescu
430 - Mihaela Berchesan
431 - Mihaela Berchesan
432 - Mihaela Berchesan
433 - Alexandru Mitrea
434 - Adela Novac
435 - Daniela Roșca
436 - Silvia Toader
437 - Gheorghe Toader
438 - Silvia Toader
439 - Gheorghe Toader
440 - Mircia Gurzău
441 - Mircia Gurzău
442 - Vasile Mihesan
443 - Mircea Ivan
444 - Vasile Câmpian
445 - Dorian Popa
446 - Mircea Ivan
447 - Mircea Ivan
448 - Mircea Ivan
449 - Daniela Inoan
450 - Mircea Ivan
451 - Teodor Potra
452 - Alexandru Mitrea
453 - Viorica Mureșan
454 - Daniela Marian
455 - Gheorghe Toader
456 - Ioan Rașa
457 - Rozica Moga
458 - Alexandra Ciupa
459 - Ovidiu Furdui
460 - Maria Câmpian
461 - Alexandru Mitrea
462 - Mircea Ivan
463 - Rozica Moga
464 - Rozica Moga
465 - Alina Sîntămărian
466 - Rozica Moga
467 - Nicolaie Lung
468 - Maria Câmpian
469 - Maria Câmpian
470 - Neculae Vornicescu
471 - Vasile Mihesan
472 - Viorica Mureșan
473 - Ovidiu Furdui
474 - Viorica Mureșan
475 - Mircea Ivan
476 - Luminita Cotirla
477 - Daniela Roșca
478 - Ovidiu Furdui
479 - Alina-Ramona Baias
480 - Alina-Ramona Baias
481 - Alina-Ramona Baias
482 - Ovidiu Furdui
483 - Alexandru Mitrea
484 - Alexandru Mitrea
485 - Floare Tomuța

486 - Daniela Inoan
487 - Daniela Inoan
488 - Daniela Inoan
489 - Floare Tomuța
490 - Maria Câmpian
491 - Iuliu Crivei
492 - Dorian Popa
493 - Mircea Ivan
494 - Ioan Gavrea
495 - Ioan Gavrea
496 - Mircea Ivan
497 - Alexandru Mitrea
498 - Alexandru Mitrea
499 - Vasile Miheșan
500 - Vasile Miheșan
501 - Dorian Popa
502 - Dorian Popa
503 - Alina Sîntămărian
504 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
505 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
506 - Vasile Pop
507 - Ioan Gavrea
508 - Alexandra Ciupa
509 - Liana Timboș
510 - Liana Timboș
511 - Liana Timboș
512 - Vasile Pop
513 - Daniela Roșca
514 - Alexandra Ciupa
515 - Alexandra Ciupa
516 - Mircia Gurzău
517 - Daniela Marian
518 - Daniela Marian
519 - Nicolaie Lung
520 - Alexandru Mitrea
521 - Alexandru Mitrea
522 - Alexandru Mitrea
523 - Mircea Dan Rus
524 - Mircea Dan Rus
525 - Mircea Dan Rus
526 - Mircea Dan Rus
527 - Ovidiu Furdui
528 - Ovidiu Furdui
529 - Mircea Ivan
530 - Mircea Ivan
531 - Mircea Ivan
532 - Mircea Ivan
533 - Mircea Ivan
534 - Mircea Ivan
535 - Mircea Ivan
536 - Mircea Ivan
537 - Mircea Ivan
538 - Vasile Miheșan
539 - Mircea Ivan
540 - Mircea Ivan
541 - Mircea Ivan
542 - Mircea Ivan
543 - Vasile Câmpian
544 - Ioan Rașa
545 - Maria Câmpian
546 - Maria Câmpian
547 - Alexandra Ciupa
548 - Vasile Miheșan
549 - Viorica Mureșan
550 - Viorica Mureșan
551 - Teodor Potra
552 - Silvia Toader
553 - Daria Dumitraș
554 - Vasile Pop
555 - Vasile Pop
556 - Dorian Popa
557 - Dorian Popa
558 - Mircia Gurzău
559 - Mihaela Berchesan
560 - Mihaela Berchesan
561 - Mihaela Berchesan
562 - Alina-Ramona Baias
563 - Alina-Ramona Baias
564 - Alina-Ramona Baias
565 - Liana Timboș
566 - Liana Timboș
567 - Floare Tomuța
568 - Floare Tomuța
569 - Floare Tomuța
570 - Daniela Inoan
571 - Vasile Pop
572 - Vasile Pop
573 - Vasile Pop
574 - Vasile Pop
575 - Vasile Pop
576 - Vasile Pop
577 - Vasile Pop
578 - Rozica Moga
579 - Mircea Ivan
580 - Mircia Gurzău
581 - Mircea Dan Rus
582 - Mircea Dan Rus
583 - Mircea Dan Rus
584 - Viorica Mureșan
585 - Bogdan Gavrea
586 - Bogdan Gavrea
587 - Ioan Gavrea
588 - Ioan Gavrea
589 - Vasile Miheșan
590 - Adrian Holhoș
591 - Alina Sîntămărian
592 - Alina Sîntămărian
593 - Marius Birou
594 - Maria Câmpian
595 - Floare Tomuța
596 - Vasile Miheșan
597 - Eugenia Duca
598 - Vasile Câmpian
599 - Daniela Roșca
600 - Daniela Roșca
601 - Dorian Popa
602 - Vasile Pop
603 - Vasile Miheșan
604 - Maria Câmpian
605 - Alexandru Mitrea
606 - Alexandru Mitrea
607 - Alexandru Mitrea
608 - Vasile Miheșan
609 - Gheorghe Toader
610 - Mircea Ivan
611 - Alexandru Mitrea
612 - Daria Dumitraș
613 - Radu Peter
614 - Mircea Ivan
615 - Vasile Miheșan
616 - Dorian Popa
617 - Silvia Toader
618 - Alina Sîntămărian
619 - Alexandru Mitrea
620 - Silvia Toader
621 - Viorica Mureșan
622 - Mircea Ivan
623 - Maria Câmpian
624 - Alexandru Mitrea
625 - Dorian Popa
626 - Alexandru Mitrea
627 - Dorian Popa
628 - Dorian Popa
629 - Daniela Inoan
630 - Daniela Inoan
631 - Daniela Inoan
632 - Daniela Inoan
633 - Vasile Miheșan
634 - Vasile Miheșan
635 - Ioan Rașa
636 - Dalia Cîmpean
637 - Dalia Cîmpean
638 - Dalia Cîmpean
639 - Marius Birou
640 - Marius Birou
641 - Alexandru Mitrea
642 - Vasile Miheșan
643 - Alexandra Ciupa
644 - Daria Dumitraș
645 - Alina-Ramona Baias
646 - Alina-Ramona Baias
647 - Alina-Ramona Baias
648 - Ioan Gavrea
649 - Ioan Gavrea
650 - Ioan Gavrea
651 - Daniela Inoan
652 - Daniela Inoan
653 - Daniela Inoan
654 - Daria Dumitraș
655 - Dorian Popa
656 - Vasile Pop
657 - Vasile Miheșan
658 - Eugenia Duca

12

Răspunsuri

1: C	31: D	61: B	91: E	121: E	151: C
2: C	32: B	62: B	92: B	122: E	152: E
3: C	33: C	63: C	93: E	123: C	153: D
4: D	34: D	64: D	94: E	124: C	154: A
5: A	35: C	65: D	95: D	125: B	155: A
6: B	36: B	66: A	96: B	126: B	156: A
7: C	37: C	67: A	97: D	127: A	157: C
8: B	38: B	68: C	98: A	128: B	158: C
9: C	39: D	69: B	99: B	129: C	159: C
10: D	40: C	70: B	100: B	130: B	160: C
11: B	41: C	71: C	101: A	131: B	161: B
12: C	42: D	72: A	102: D	132: D	162: D
13: C	43: C	73: B	103: C	133: B	163: D
14: B	44: C	74: C	104: D	134: A	164: D
15: D	45: B	75: D	105: A	135: C	165: C
16: A	46: E	76: C	106: C	136: C	166: C
17: B	47: A	77: C	107: B	137: A	167: D
18: B	48: D	78: E	108: D	138: A	168: B
19: E	49: D	79: C	109: B	139: B	169: D
20: B	50: C	80: A	110: C	140: C	170: C
21: A	51: D	81: B	111: E	141: D	171: B
22: E	52: D	82: D	112: B	142: D	172: B
23: B	53: C	83: E	113: A	143: C	173: A
24: C	54: D	84: E	114: A	144: C	174: B
25: B	55: A	85: D	115: B	145: D	175: D
26: C	56: D	86: C	116: C	146: B	176: B
27: D	57: C	87: A	117: C	147: A	177: A
28: A	58: B	88: B	118: E	148: D	178: E
29: C	59: A	89: A	119: B	149: C	179: C
30: C	60: E	90: D	120: B	150: E	180: A

181: B	225: B	269: A	313: E	357: C	401: E
182: C	226: A	270: D	314: D	358: A	402: C
183: D	227: B	271: C	315: A	359: E	403: A
184: C	228: E	272: C	316: C	360: A	404: D
185: C	229: A	273: D	317: E	361: B	405: E
186: C	230: B	274: B	318: B	362: C	406: B
187: C	231: E	275: E	319: B	363: D	407: C
188: A	232: D	276: D	320: E	364: E	408: B
189: C	233: B	277: A	321: C	365: B	409: B
190: C	234: A	278: D	322: E	366: E	410: D
191: B	235: E	279: D	323: A	367: E	411: C
192: E	236: C	280: B	324: E	368: E	412: E
193: E	237: A	281: A	325: D	369: D	413: D
194: D	238: B	282: A	326: B	370: A	414: B
195: B	239: D	283: B	327: A	371: E	415: C
196: D	240: A	284: C	328: B	372: C	416: A
197: E	241: C	285: A	329: C	373: B	417: A
198: C	242: D	286: B	330: D	374: C	418: B
199: C	243: A	287: A	331: E	375: E	419: A
200: B	244: B	288: A	332: D	376: D	420: D
201: D	245: C	289: A	333: D	377: B	421: B
202: A	246: A	290: A	334: A	378: A	422: B
203: B	247: C	291: B	335: D	379: A	423: D
204: B	248: A	292: B	336: B	380: A	424: D
205: B	249: D	293: B	337: B	381: A	425: B
206: C	250: E	294: D	338: A	382: A	426: C
207: C	251: B	295: C	339: E	383: C	427: A
208: D	252: D	296: C	340: C	384: C	428: A
209: B	253: B	297: A	341: B	385: A	429: C
210: C	254: B	298: C	342: D	386: B	430: C
211: D	255: E	299: E	343: A	387: D	431: E
212: D	256: A	300: E	344: B	388: B	432: E
213: B	257: C	301: D	345: A	389: A	433: D
214: B	258: A	302: B	346: A	390: C	434: B
215: A	259: A	303: E	347: A	391: C	435: E
216: B	260: A	304: E	348: E	392: D	436: E
217: D	261: B	305: A	349: E	393: B	437: D
218: A	262: A	306: C	350: D	394: E	438: A
219: A	263: E	307: E	351: B	395: E	439: C
220: B	264: A	308: E	352: C	396: A	440: B
221: B	265: A	309: C	353: E	397: B	441: B
222: B	266: A	310: A	354: B	398: D	442: D
223: E	267: D	311: B	355: B	399: E	443: E
224: A	268: B	312: E	356: B	400: C	444: E

445: B	489: C	533: B	577: D	621: C	665: D
446: D	490: D	534: C	578: E	622: E	666: A
447: A	491: B	535: B	579: D	623: B	667: B
448: C	492: A	536: E	580: D	624: D	668: A
449: B	493: B	537:	581: D	625: E	669: B
450: C	494: C	538:	582: A	626: D	670: D
451: E	495: B	539:	583: C	627: B	671: E
452: C	496: A	540:	584: D	628: E	672: A
453: C	497: E	541:	585: D	629: A	673: D
454: A	498: D	542:	586: D	630: B	674: E
455: A	499: C	543: C	587: B	631: A	675: A
456: A	500: B	544: A	588: C	632: C	676: B
457: B	501: A	545: D	589: A	633: C	677: C
458: C	502: E	546: E	590: B	634: B	678: B
459: A	503: A	547: A	591: A	635: D	679: A
460: C	504: A	548: C	592: C	636: D	680: B
461: D	505: A	549: A	593: C	637: B	681: D
462: B	506: E	550: D	594: D	638: A	682: B
463: A	507: A	551: A	595: E	639: D	683: C
464: E	508: A	552: A	596: B	640: A	684: D
465: A	509: A	553: D	597: C	641: D	685: E
466: A	510: B	554: B	598: C	642: C	686: A
467: B	511: C	555: A	599: B	643: E	687: D
468: D	512: C	556: B	600: E	644: A	688: C
469: A	513: D	557: D	601: B	645: B	689: B
470: A	514: B	558: C	602: D	646: D	690: E
471: A	515: B	559: D	603: D	647: C	691: D
472: D	516: C	560: B	604: C	648: B	692: E
473: D	517: A	561: C	605: A	649: A	693: A
474: B	518: B	562: A	606: A	650: B	694: B
475: A	519: D	563: B	607: C	651: C	695: A
476: A	520: B	564: B	608: B	652: A	696: D
477: B	521: C	565: A	609: E	653: D	697: A
478: C	522: D	566: B	610: A	654: B	698: B
479: A	523: B	567: D	611: D	655: D	699: D
480: C	524: D	568: B	612: C	656: E	700: E
481: D	525: A	569: D	613: B	657: D	701: C
482: B	526: C	570: A	614: A	658: B	702: E
483: A	527: C	571: A	615: E	659: A	703: C
484: C	528: C	572: A	616: B	660: B	704: D
485: B	529: E	573: B	617: C	661: B	705: E
486: E	530: E	574: E	618: A	662: C	706: A
487: A	531: C	575: A	619: D	663: A	707: E
488: B	532: E	576: C	620: E	664: E	708: A

709: C	736: C	763: B	790: E	817: A	844: B
710: A	737: B	764: C	791: A	818: E	845: A
711: C	738: C	765: D	792: B	819: C	846: A
712: B	739: D	766: E	793: E	820: D	847: A
713: C	740: E	767: B	794: C	821: E	848: A
714: D	741: D	768: C	795: E	822: A	849: D
715: B	742: E	769: E	796: D	823: C	850: D
716: D	743: D	770: B	797: E	824: D	851: E
717: B	744: C	771: E	798: A	825: B	852: C
718: C	745: B	772: A	799: B	826: E	853: A
719: E	746: D	773: B	800: C	827: E	854: D
720: B	747: C	774: A	801: D	828: E	855: C
721: A	748: A	775: B	802: C	829: A	856: A
722: C	749: D	776: A	803: D	830: D	857: C
723: B	750: C	777: C	804: A	831: C	858: A
724: A	751: D	778: A	805: D	832: E	859: C
725: E	752: E	779: A	806: C	833: B	860: D
726: D	753: B	780: B	807: D	834: B	861: A
727: E	754: C	781: A	808: C	835: C	862: B
728: A	755: E	782: E	809: E	836: D	863: A
729: E	756: D	783: A	810: B	837: A	864: D
730: A	757: E	784: B	811: C	838: A	865: B
731: B	758: A	785: D	812: D	839: A	866: C
732: C	759: D	786: E	813: A	840: B	867: E
733: D	760: C	787: B	814: D	841: E	868: D
734: B	761: D	788: C	815: E	842: E	
735: A	762: A	789: B	816: B	843: B	

***

13

Indicații

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1)$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ $f(1) = 0 \Rightarrow a + b = -2, f'(1) = 0 \Rightarrow 99a + b = -100 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{\mathbf{6}}$ $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ este rădăcina polinomului $X^2 + X + 1$ și $\omega^3 = 1$. Din $f(\omega) = 0 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{\mathbf{7}}$ $f = (X-1)^2(X+1) \cdot q + X^2 + X + 1$. Avem că $f(1) = 3, f(-1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ iar din $f'(1) = 3 \Rightarrow 99a + b = -97$, deci $a = -1; b = 2$.

$\boxed{\mathbf{15}}$ Coordonatele vârfului unei parabole sunt $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$, $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$. Se observă relația $y_V = -x_V$.

$\boxed{\mathbf{23}}$ Ecuație echivalentă cu $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1)$, $\Longrightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$.

$\boxed{\mathbf{24}}$ $1+x > 0$, $x \neq 0$, $2x^3+2x^2-3x+1 > 0$. Ecuația se mai scrie $2x^3+2x^2-3x+1 = (1+x)^3$.

$\boxed{\mathbf{26}}$ Din $(a+b+c)^2 \geq 0$ rezultă $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. Minimul se atinge pentru $a + b + c = 0$, de exemplu, $a = 1/\sqrt{2}$, $b = -1/\sqrt{2}$, $c = 0$.

$\boxed{\mathbf{37}}$ Ambele polinoame se divid cu $x^2 + x + 1$, iar primul nu se divide cu $x - 1$.

$\boxed{\mathbf{49}}$ $\det(A) = V(1, -i, -1, i)$ și $A^4 = 16I_4$.

$\boxed{\mathbf{55}}$ Se calculează mai întâi AA^t iar apoi determinantul acestei matrici,
$x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m$, $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3n$, $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 2m^2$.

$\boxed{\mathbf{65}}$ Se obține ecuația $2(x^3 + 1) = 0$.

$\boxed{\mathbf{80}}$ Se verifică ușor faptul ca $A \in P_1$ și $B \in P_1$. Pe de altă parte, $A \in P_2$ și $B \in P_2$ este echivalent cu

$$\begin{cases} 5 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \\ m = -2. \end{cases}$$

Prin urmare, $m = -2$ și $n = 9$ este soluția.

81 Se observă că $C \in P_1$. Punem condiția ca $C \in P_2$ și obținem relația $10m + 3n = 19$. Pentru că parabolele nu sunt tangente, ecuația

$$(m-1)x^2 + (4m + n - 5)x + 5m + 2n - 4 = x^2 + 5x + 4$$

este de gradul I și atunci $m = 2$. Din relația $10m + 3n = 19$, rezultă $n = -\frac{1}{3}$. Prin urmare, soluția este $m = 2$ și $n = -\frac{1}{3}$.

82 Din faptul că $T \in P_2$ rezultă că $m = -2$. Dacă parabolele sunt tangente, ecuația $-4x^2 + (n - 17)x + 2n - 18 = 0$ are rădăcină dublă și din condiția $\Delta = 0$ obținem $n = 1$. Soluția este $m = -2$ și $n = 1$.

99 Notăm $y = 2^x + 2^{-x}$. Ecuația devine $8y^2 - 54y + 85 = 0$, cu soluțiile $y_1 = \dfrac{17}{4}$, $y_2 = \dfrac{5}{2}$. Soluțiile ecuației date sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

104 Pentru ca $f(x)$ să fie surjectivă trebuie ca $m > 0$ și $2m - 1 \leq 1 + m \;\Rightarrow\; m \in (0, 2]$.

105 Se obține ecuația $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = a + \frac{1}{2}$.

129

$$x_1^2 = 2 + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$
$$x_1^4 = 12 + 4(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}})$$
$$x_1^4 - mx_1^2 - 4 = 8 - 2m + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}})$$
$$x_1^4 - mx_1^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow$$
$$2(4 - m) + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) = 0 \Rightarrow m = 4.$$

163 Suma coeficienților unui polinom este valoarea sa pentru $x = 1$.

178 Fie a, b, c, d elementele matricei X. Se consideră situațiile:
$a + d = Tr(X) \neq 2$ si $a + d = 2$.

179 $\operatorname{rang}(A \cdot B) \leq \min(\operatorname{rang}(A), \operatorname{rang}(B))$.

216 Se scriu toți logaritmii în baza x.

228 Avem: $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $\alpha^3 = 1$, $\alpha^2 = -\alpha - 1$, $\alpha^2 = \frac{1}{\alpha}$.
Deducem: $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2) = \det(I_2 + \alpha A - \alpha A^2 - A^2)$
$= \det\big((I_2 - A)(I_2 + A) + \alpha A(I_2 - A)\big) = \det\big((I_2 - A)(I_2 + (\alpha + 1)A)\big)$
$= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - \alpha^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det\left(\frac{\alpha I_2 - A}{\alpha}\right) = 1$.
(Un exemplu de astfel de matrice $A \neq O_2$ este $A = (1 + \alpha)I_2$.)

229 Avem $A^2 - (a + d)A + I_2 \det(A) = O_2$. Deducem: $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a + d)^{n-1}A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$.

233 $f : (-1, 1) \to (0, \infty)$, $f(x) = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{1+x}$ izomorfism de la $((-1, 1), *)$ la $((0, \infty), \cdot)$.
$\prod_{k=2}^{n} f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$; $f^{-1}(\frac{2}{n+n^2}) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$.

236 Este suficient ca dintre cele două submulțimi să se precizeze doar aceea care îl conține pe 8 (cealaltă submulțime va fi complementară). Această submulțime se poate obține reunind cu $\{8\}$ oricare submulțime a mulțimii $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$ însă exceptând-o pe A' (în acest caz, ar rezulta că submulțimea obținută este chiar A, deci cea de a doua submulțime ar fi vidă). Sunt $2^7 - 1$ submulțimi ale mulțimii A', excluzînd-o pe ea însăși.

237 Și în acest caz, este suficient să precizăm doar una dintre submulțimi (spre exemplu, pe aceea care îl conține pe 8). Pentru a completa submulțimea, mai rămân de ales oricare 3 elemente din $A' = \{1, 2, \ldots, 7\}$.

239 Este suficient să se elimine din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin niciun număr impar (în număr de 2^4).

240 Similar cu problema anterioară, se elimină din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin numere pare (2^4 submulțimi) și pe cele care nu conțin numere impare (tot 2^4). Deoarece mulțimea vidă (este singura submulțime care) se elimină de două ori, răspunsul trebuie ajustat adunând înapoi 1. Rezultă răspunsul $2^8 - 2^4 - 2^4 + 1$.

241 Orice distribuție a bilelor în cutii este o funcție de la mulțimea bilelor la mulțimea cutiilor.

242 Similar cu punctul anterior, cu deosebirea că se mai introduce o cutie pentru bilele care ar putea rămâne nedistribuite.

253 $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$, deci șirul este crescător. Rezultă că șirul are o limită L, finită sau infinită. Dacă presupunem că L este finită, avem $L = L + 2/L$, deci $2/L = 0$, fals. Prin urmare $L = \infty$. Conform Lemei Stolz-Cesaro avem $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n^2}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{n+1}^2 - x_n^2 = \lim\limits_{n\to\infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$. Rezultă $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$.

255 $f(x_n) := x_{n+1} - x_n = e^{x_n} - x_n - 1 \geq 0$, $\forall n \geq 0$, deci șirul este crescător.

256 Cum șirul este crescător rezultă că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n \in \overline{\mathbb{R}}$. Dacă presupunem că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$, $x \in \mathbb{R}$, din recurență obținem $x = e^x - 1$, de unde $x = 0$ contradicție cu $x_0 > 0$ și monotonia lui $(x_n)_{n\geq 0}$. Deci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$.

257 Pentru $x_0 \leq 0$, șirul este crescător și mărginit superior de 0.

258 $\lim\limits_{n\to\infty} nx_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\frac{1}{x_n}}$ și se aplică Stolz-Cesaro.

259 $x_{100} = 1 \Rightarrow x_{99} \in \{0, 1\}$. $x_{99} = 0$ nu convine deoarece $x_{98}^2 - x_{98} + 1 = 0$!!!, etc.

260 $x_{n+1} - x_n = (x_n - 1)^2$, $n \geq 1$ deci șirul este nedescrescător. Dacă presupunem că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = l$, $l \in \mathbb{R}$, obținem $l = l^2 - l + 1$, deci $l = 1$. Dacă $x_1 < 0$ sau $x_1 > 1$ obținem $x_n > 1$, $\forall n \geq 1$. Dacă $x_1 \in [0, 1]$, obținem $x_n \in [0, 1]$, $\forall n \geq 1$. Deci șirul este convergent pentru $x_1 \in [0, 1]$ și are limita $l = 1$.

261 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\prod_{k=1}^{n} x_k = \frac{x_{n+1}-1}{x_1-1}$

262 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1)$. $\frac{1}{x_n} = \frac{1}{x_n-1} - \frac{1}{x_{n+1}-1}$; $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{x_k} = \frac{1}{x_1-1} - \frac{1}{x_{n+1}-1}$

263 Mai general, fie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție strict crescătoare și strict convexă astfel încât există $a < b$ pentru care $f(a) = a$, $f(b) = b$. Atunci șirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = f(x_n)$ converge spre a dacă și numai dacă $x_0 \in (-\infty, b)$.

266 Vezi problema 537.

269 Termenul general al șirului se poate scrie sub forma $n\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n\right)}\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}}-2\right)$.

277 $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}=\frac{1}{\sqrt{k}}-\frac{1}{\sqrt{k+1}}$.

278 $\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+2^k}-\frac{1}{1+2^{k+1}}\right)$.

282 Se observă că $k!\cdot(k^2+1)=(k+2)!-3(k+1)!+2k!$.

285 Se scade $2n\pi$ la argumentul funcției cosinus.

287 Se pot folosi, de exemplu, inegalitățile $n\le a_n\le n+1$, $n\in\mathbb{N}^*$.

288 $n\le a_n\le n+1$ și Stolz-Cesaro

289 $a_n\le n+1$ și Stolz-Cesaro

290 Se aplică Problema 537.

296 $p_n=\frac{\sin 2^n x}{2^n\sin x}$.

303 Se va folosi $x-1<\lfloor x\rfloor\le x$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

304
$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\ln\left(a^{\frac{n}{1}}+a^{\frac{n}{2}}+\cdots+a^{\frac{n}{n}}\right)$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n}\ln a+\lim_{n\to\infty}\frac{\ln(1+a^{-\frac{n}{2}}+\cdots+a^{-n+1})}{n}=\ln a.$$

305 Se folosește $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$. Aceeași rezolvare dacă în loc de $(\sin n)$ se consideră un șir mărginit oarecare.

309 $x_n=[n\lg_3 2+\lg_3 2008]$.

315 $x_{2n}=y_n+\frac{1}{4}x_n$.

320 Se scrie:

$$x-\overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}=(x-\sin x)+\left(\frac{\sin x-\overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{(\sin x)^3}\right)\cdot(\sin x)^3.$$

$L_n=\frac{1}{6}+L_{n-1}$; $L_n=\frac{n}{6}$.

334 Se pune $t=\dfrac{1}{x}$ și apoi se aplică regula lui L'Hospital:

$$\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}}\frac{(1+t)^{\frac{1}{t}}-e}{t}=\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}}(1+t)^{\frac{1}{t}}\left[\frac{1}{t(t+1)}-\frac{\ln(1+t)}{t^2}\right]=e\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}}\frac{t-(t+1)\ln(t+1)}{t^3+t^2}=-\frac{e}{2}.$$

337 Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

345 Se folosește limita $\lim\limits_{x\to 0}(e^x-1)/x=1$.

347 $|1/a| < 1$ și $(1/a)^n \to 0$.

360 Se scrie ecuația sub forma $xe^{-\frac{2}{x-1}} = m$ și se aplică șirul lui Rolle.

369 Trebuie ca derivata funcției f să aibă două rădăcini strict pozitive.

373 Pentru $b \neq 0$ se consideră $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} \frac{x+b}{1-xb}$, $x \neq 1/b$. Se obține $f'(x) = 0$.

380 f surjectiva $\Leftrightarrow f([-2,1]) = M$, deci $M = [0,4]$, studiind graficul funcției.

382 Avem $g'(x) = f'(f(f(x))) \cdot f'(f(x)) \cdot f'(x)$.

385 $f'(0) = \sqrt[5]{\lim\limits_{x\to 0} \frac{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}{x^5}}$.

399 Se demonstrează imediat și elementar că

$$(x^m \log x)^{(k+m)} = m!\,(-1)^{k-1}(k-1)!\,x^{-k}, \quad m = 0,1,\ldots,\ k = 1,2,\ldots.$$

428 $f'(x) = 0$ deci f este constantă pe fiecare din intervalele din domeniu.

430 Tinând cont de domeniile funcțiilor care intervin în definiția funcției f avem: $|\frac{2x}{1+x^2}| \leq 1$ și $|x| \in \mathbb{R}$ ceea ce este echivalent cu $x \in \mathbb{R}$.

431 Calculăm derivata funcției f și obținem

$$f^{'}(x) := \begin{cases} \frac{-2}{1+x^2}, & x \in (-\infty,-1); \\ 0, & x \in (-1,0) \cup (1,\infty); \\ \frac{2}{1+x^2}, & x \in (0,1). \end{cases}$$

Prin urmare, pe intervalul $[1,\infty)$ funcția este constanta, deci $f(\pi) = f(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$.

432 $f^{'}(x) < 0$ pentru orice $x \in (-\infty,-1)$.

449 Substituție $t = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$.

452 $x - 1 = t$; se obține $\int\limits_{-1}^{1} f(t)\mathrm{d}t$ unde $f(t) = \frac{2t^3+3t}{(t^2+4)^n}$ este funcție impară.

453

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x = 2\int_0^1 \frac{x^2+1-x^2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x.$$

454 Facem schimbarea de variabilă $x = 3 - t$.

455 Schimbare de variabilă $\sqrt{x+1} = t$.

457 $P(n) = n^5 - (n-1)^5$, $n \geq 2$.

479 Se folosește substituția $u = \operatorname{tg} x$.

481 Se folosește relația $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$ și se aplică problema 479.

483 $L(0) = 1$ și $L(a) = \dfrac{1}{a}(e^a - 1)$ pentru $a > 0$.

484 Limita este $\displaystyle\int_0^1 x^2 \arcsin x \, \mathrm{d}x$.

485 Se integrează prin părți, după ce s-a utilizat formula $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$.

488 Avem $f(a) = \begin{cases} \frac{1}{2} - a, & a \le 0, \\ \frac{1}{2} - a + a^2, & 0 < a < 1, \\ -\frac{1}{2} + a, & a \ge 1. \end{cases}$

492 $\arcsin(\sin x) = x$, dacă $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\arcsin(\sin x) = \pi - x$, dacă $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$.

503 Avem

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} \mathrm{d}x &= \int_1^2 \frac{1}{e^x} \mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{2}{x^3 e^x} \mathrm{d}x = \\ &= -\frac{1}{e^x}\Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \mathrm{d}x + \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2}\right)' \frac{1}{e^x} \mathrm{d}x. \end{aligned}$$

505 $I + J = \displaystyle\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} \mathrm{d}x = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ și $J - I = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x} \mathrm{d}x = \ln 2$.

507 $a_{n+1} - a_n = \int_{a_n}^{a_{n-1}} e^{-x^2} \, \mathrm{d}x = (a_{n-1} - a_n) e^{-c^2}$.

508 Dacă $G(x) = \int\limits_0^x e^{t^3} \mathrm{d}t,\ G'(x) = e^{x^3},\ F(x^2) = G(x^2),\ F'(x) = e^{x^6}\ 2x$.

509 $f_1(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} t \cdot e^t \, \mathrm{d}t = e^t(t-1)\ \Big|_0^{x^2} = e^{x^2}(x^2 - 1) + 1$.

510 $f_n'(x) = (F(x^2) - F(0))' = 2x \cdot F'(x^2) = 2x(x^2)^n e^{x^2} = 2x^{2n+1} e^{x^2}$, pentru $n = 1$ se obține $f_n'(1) = 2e$.

511 $0 \le \displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^1 t^n \cdot e^t \, \mathrm{d}t \le \lim_{n\to\infty} e \int_0^1 t^n \, \mathrm{d}t = \lim_{n\to\infty} \frac{e}{n+1} = 0$.

513 $nx - 1 \le [nx] \le nx$

516 Schimbare de variabilă $x = \pi - t$.

518 $I = \int_0^\pi x f(\sin x) \, \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, \mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x f(\sin x) \, \mathrm{d}x$. Facem schimbarea de variabilă $x = \pi - y$ în a doua integrală și obținem $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, \mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - y) f(\sin y) \, \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, \mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) \, \mathrm{d}x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) \, \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) \, \mathrm{d}x$. Pentru calcularea integralei I_1 aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus și avem $I_1 = \int_0^\pi \frac{x \sin x \, \mathrm{d}x}{1 + \sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \, \mathrm{d}x}{1 + \sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \, \mathrm{d}x}{2 - \cos^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x \, \mathrm{d}x}{\cos^2 x - 2} = \pi \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\cos x - \sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}} \right| \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$.

526 Deoarece $f(0)=-1$, rezultă că $g(-1)=0$ și, deci, $g'(-1)=\frac{1}{f'(0)}$. Prin schimbarea de variabilă $x=f(y)$, se obține $\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 yf'(y)\mathrm{d}y = yf(y)|_0^1-\int_0^1 f(y)\mathrm{d}y$.

527 Fie $I_n=\int_0^1 \sqrt[n]{x^n+(1-x)^n}\,\mathrm{d}x$. Avem că

$$I_n \le \int_0^{1/2} \sqrt[n]{(1-x)^n+(1-x)^n}\,\mathrm{d}x+\int_{1/2}^1 \sqrt[n]{x^n+x^n}\,\mathrm{d}x=\frac{3}{4}\sqrt[n]{2}.$$

$$I_n \ge \int_0^{1/2}(1-x)\,\mathrm{d}x+\int_{1/2}^1 x\,\mathrm{d}x=\frac{3}{4}.$$

528

$$\frac{1}{n}\int_0^1 \ln\left(1+e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x-\frac{1}{n}\int_0^1 \ln(e^{nx})\,\mathrm{d}x=\frac{1}{n}\int_0^1 \ln(1+e^{-nx})\,\mathrm{d}x\le\frac{\ln 2}{n}.$$

532 Se folosește substituția $x+e^x=y$ și problema 539.

533 Schimbare de variabilă $x=3/t$.

534 Schimbare de variabilă $x=(2-t)/(1+2t)$.

535 Se folosește egalitatea $\operatorname{arctg} x+\operatorname{arctg}\frac{1}{x}=\frac{\pi}{2}$, $x>0$.

536 Se folosește periodicitatea funcției de integrat și egalitatea $\int_0^\pi \frac{1}{1+n^2\cos^2 x}\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{\sqrt{1+n^2}}$.

537 Mai general, fie $x_n, a_n>0$, $n\in\mathbb{N}$, astfel ca $\sum\limits_{n\ge1}\frac{1}{a_n}=\infty$ și

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n}<1.$$

Să demonstrăm că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=0$. Fie $0<q<1$ și $p\in\mathbb{N}$ astfel ca

$$\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n}<q,\qquad n\ge p.$$

Rezultă

$$x_{n+1}<x_p\, q^{\frac{1}{a_p}+\cdots+\frac{1}{a_n}},\qquad n\ge p,$$

de unde $x_n\to 0$.

538 $x=a+b-t$.

541 $$\int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^n f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor+T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor} f(x)\,\mathrm{d}x$$
$$+\frac{1}{n}\int_{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor+T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}{n}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x+\frac{1}{n}\int_0^{T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x\to\frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x+0.$$

559 Panta dreptei AB este $m_{AB}=1$ iar panta perpendicularei pe ea, este $m=-1$. Ecuația perpendicularei, scrisă prin punctul C, este: $x+y-8=0$. Ecuația dreptei AB este $x-y+1=0$. Intersectând cele două drepte, obținem proiecția punctului C pe dreapta AB, punctul $P(\frac{7}{2},\frac{15}{4})$. Urmează că simetricul punctului C fată de dreapta AB este $C'(1,7)$.

560 Suma $DM + MC$ este minimă dacă punctul M este la intersecția dreptelor DC' și AB. Ecuația dreptei DC' este $x = 1$, prin urmare, rezultă $M(1, 2)$.

561 Fie punctul $M(x, x+1) \in AB$. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = DM^2 + MC^2$, adică $f(x) = (x-1)^2 + (x+1-1)^2 + (6-x)^2 + (2-x-1)^2$, sau $f(x) = 4 \cdot x^2 - 16 \cdot x + 38$. Funcția f își atinge minimul pentru $x = 2$. Obținem $M(2, 3)$.

565 $A(-4, 1) \notin d : 3x - y - 2 = 0$, $d(A, BD) = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow BD = 3\sqrt{10} \Rightarrow l = 3\sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{A} = 45$.

566 C este simetricul punctului A față de d, $AC \perp d \Rightarrow AC : x + 3y + 1 = 0$, $AC \cap d = \{M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$, M este mijlocul $[AC] \Rightarrow C(5, -2)$.

575 $\overrightarrow{MG} = \frac{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}}{3} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow M = G$.

576 $\overrightarrow{NI} = \frac{a\overrightarrow{NA}+b\overrightarrow{NB}+c\overrightarrow{NC}}{a+b+c} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow N = I$.

577 $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow P = O$.

605 $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ sau $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$

606 $(\sin x)^2 (\sin 2x)^2 \ldots (\sin nx)^2 = 1$; $(\sin x)^2 = 1$, $(\sin 2x)^2 = 1$

612 Ecuația se scrie $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$

644 $E = \cos 4\alpha + i \sin 4\alpha, \quad \sin 4\alpha = 0 \Rightarrow 4\alpha = k\pi$.

647 Se folosește reprezentarea geometrică a numerelor complexe.

653 $\cos \dfrac{2k\pi}{n} + i \sin \dfrac{2k\pi}{n}$, $k = 1, \ldots, n$ sunt rădăcinile complexe ale ecuației $z^n - 1 = 0$; se folosesc relațiile lui Viète.

654 $\sqrt{3} - i = 2\left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}\right)$; $-1 + i\sqrt{3} = 2\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$.

660 Se rezolvă ecuația $f(x) = 8$.

662 $1 + a + a^2 = 0, 1 + a = -a^2$ și analog $1 + \overline{a} = -\overline{a}^2$.

663 Determinantul sistemului este diferit de zero.

664 Se pune condiția ca determinantul sistemului și determinantul caracteristic al sistemului să fie egale cu zero.

665 $(x * y) * z = x * (y * z) \iff (a^2 - a)(x - z) = 0, \forall x, y, z \in \mathbb{R}$.

666 $x * y \in [0, 1], \forall x, y \in [0, 1] \iff 0 * 0 \in [0, 1], 0 * 1 \in [0, 1], 1 * 1 \in [0, 1]$, de unde $0 \le a \le 1$ și $0 \le 2a - 1 \le 1$.

667 Avem două legi asociative, pentru $a \in \{0, 1\}$:
$a = 0$, $x * y = -xy$, $e = -1$, $x' = -1/x$, deci $b = 0$;
$a = 1$, $x * y = x + y - xy$, $e = 0$, $x' = x/(x - 1)$, deci $b = 1$.

669 Avem $\det(X) = 0$, deci $X^2 = (\mathrm{tr}(X))\, X$.

670 $P(1) = 0$ și $P'(1) = 0$.

672 $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x = \int_{-\pi}^{\pi} \arcsin(\sin(2x))\,\mathrm{d}x = 0$.

673 $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{2x+2}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \frac{2x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x + 2\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2+1}\,\mathrm{d}x.$

674 $\displaystyle I_n = \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \cos(nx)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \left(\frac{\sin(nx)}{n}\right)'\mathrm{d}x$ apoi se integrează prin părți.

675 Se studiază derivabilitatea în -2 și 2.

676 -2 și 2 sunt puncte de întoarcere, iar 0 este punct de maxim local.

677 Asimptotele sunt $y = x$ și $y = -x$.

680 $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x-\sin x}{x+\sin x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1-\frac{\sin x}{x}}{1+\frac{\sin x}{x}} = \frac{1-0}{1+0} = 1$.

681 $\left(\frac{(3+n)!}{n!n^3}\right)^n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n\left(1+\frac{2}{n}\right)^n\left(1+\frac{3}{n}\right)^n \to \mathrm{e}^1\,\mathrm{e}^2\,\mathrm{e}^3 = \mathrm{e}^6$.

682 Folosim $\lim\limits_{x\to+0} x^x = 1$. Avem:

$$\lim_{x\to+0}((1+x)^x-1)^x = \lim_{x\to+0}\left(\frac{\mathrm{e}^{x\ln(1+x)}-1}{x\ln(1+x)}\right)^x x^x \left(\frac{\ln(1+x)}{x}\right)^x x^x = 1.$$

687 $f(x) = -\cos^2 x + 4\cos x + 1 = 5 - (2-\cos x)^2,\ \ \cos x \in [-1,1]$.

688 $\max f(x) = 4, \min f(x) = -4$, deci $m \in [-4,4]$.

861 Pentru $a, b \geq 1$, $x \geq 0$, avem

$$\begin{aligned}\int \frac{x^{b-1}-x^{a-1}}{(x^a+1)(x^b+1)}\,\mathrm{d}x &= \int \frac{x^{b-1}+x^{a+b-1} - x^{a+b-1}-x^{a-1}}{(x^a+1)(x^b+1)}\,\mathrm{d}x \\ &= \int\left(\frac{x^{b-1}}{x^b+1}-\frac{x^{a-1}}{x^a+1}\right)\mathrm{d}x = \ln\frac{\left(x^b+1\right)^{1/b}}{\left(x^a+1\right)^{1/a}} + \mathcal{C}.\end{aligned}$$

862 Pentru $a \in \mathbb{R}$ și $b \in (0,\infty)$, avem $\displaystyle\int_{\frac{1}{b}}^{b} \frac{1}{(x^2+1)(x^a+1)}\,\mathrm{d}x \overset{x=1/y}{=\!=} \frac{1}{2}\int_{\frac{1}{b}}^{b}\frac{1}{x^2+1}\,\mathrm{d}x.$