

TESTE GRILĂ DE MATEMATICĂ 2019

A U T O R I

Prof.univ.dr. Vasile Câmpian	Conf.univ.dr. Dalia Cîmpean
Prof.univ.dr. Iuliu Crivei	Conf.univ.dr. Eugenia Duca
Prof.univ.dr. Bogdan Gavrea	Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
Prof.univ.dr. Ioan Gavrea	Conf.univ.dr. Daniela Inoan
Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan	Conf.univ.dr. Adela Carmen Novac
Prof.univ.dr. Nicolaie Lung	Conf.univ.dr. Vasile Pop
Prof.univ.dr. Vasile Miheșan	Conf.univ.dr. Teodor Potra
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea	Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
Prof.univ.dr. Viorica Mureșan	Conf.univ.dr. Silvia Toader
Prof.univ.dr. Ioan Radu Peter	Lect.univ.dr. Mihaela Bercheșan
Prof.univ.dr. Dorian Popa	Lect.univ.dr. Luminița Ioana Cotîrlă
Prof.univ.dr. Ioan Rașa	Lect.univ.dr. Daria Dumitraș
Prof.univ.dr. Daniela Roșca	Lect.univ.dr. Mircia Gurzău
Prof.univ.dr. Alina Sîntămărian	Lect.univ.dr. Adrian Holhoș
Prof.univ.dr. Gheorghe Toader	Lect.univ.dr. Vasile Ile
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu	Lect.univ.dr. Tania Angelica Lazăr
Conf.univ.dr. Marius Birou	Lect.univ.dr. Daniela Marian
Conf.univ.dr. Lucia Blaga	Lect.univ.dr. Rozica Moga
Conf.univ.dr. Adela Capătă	Lect.univ.dr. Constantin Cosmin Todea
Conf.univ.dr. Maria Câmpian	Lect.univ.dr. Floare Ileana Tomuța
Conf.univ.dr. Alexandra Ciupa	Asist.univ.dr. Alina-Ramona Baias
	Asist.univ.dr. Liana Timboș

Coordonator Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan

Referenți:
Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
Conf.univ.dr. Vasile Pop
Prof.univ.dr. Dorian Popa
Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu

Prefață

Culegerea de probleme *Teste grilă de matematică* continuă tradiția Universității Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenți printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la o mai bună pregătire a candidaților la admitere și de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică și Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din programa pentru bacalaureat.

Parcurgând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoștințe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoștințe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârșit se dau răspunsurile corecte.

Testul care se va da la concursul de admitere va conține probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

* * *

1	Algebră	1
2	Analiză matematică	33
3	Geometrie analitică	71
4	Trigonometrie	77
5	Exemplu Test Admitere	87
6	Simulare admitere (13 mai 2017)	92
7	Admitere (16 iulie 2017)	97
8	Simulare admitere (12 mai 2018)	102
9	Admitere (16 iulie 2018)	107
10	Răspunsuri	117
11	Indicații	123

* * *

1

Mulțimea soluțiilor ecuației $z^2 = 3 - 4i$, $z \in \mathbb{C}$, este:

- A** $\{1, 2\}$ **B** $\{i, 2 - i\}$ **C** $\{2 - i, -2 + i\}$ **D** $\{3, -2 + i\}$ **E** $\{2 - i, 3 + i\}$

2

Soluția ecuației $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$ este:

- A** $x = \frac{1}{5}$ **B** $x = -1$ **C** $x = 1$ **D** $x = \frac{1}{2}$ **E** $x = -5$

3

Mulțimea soluțiilor ecuației $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} x & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 3 = 0$ este:

- A** $\{-1\}$ **B** $\{-1, 1, -i, i\}$ **C** $\{-1, 0, 1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$ **D** $\{-1, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\}$
E $\{-1, \frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}\}$

4

Mulțimea soluțiilor reale ale sistemului: $\begin{cases} 2(x-1) \geq 4(x+1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$ este:

- A** $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ **B** $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$ **C** $(-\infty, -4)$ **D** $(2, \infty)$ **E** $(-1, 1)$

5

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m+3$, intersectează axa Ox în două puncte distincte este:

- A** \mathbb{R} **B** \emptyset **C** $\{-3\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Fie $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^{100} + aX^{99} + bX + 1$.

- 6** Valorile coeficienților a și b pentru care $x = 1$ este rădăcină dublă sunt:
A $a = -1; b = -1$ **B** $a = 2; b = -4$ **C** $a = -2; b = 0$ **D** $a = 0; b = -2$
E $a = 4; b = -2$
- 7** Valorile coeficienților a și b pentru care f se divide cu $X^2 + X + 1$ sunt:
A $a = 1; b = 1$ **B** $a = -1; b = -1$ **C** $a = -1; b = 0$ **D** $a = 1; b = -1$
E $a = 0; b = -1$
- 8** Valorile coeficienților a și b pentru care restul împărțirii polinomului f la $X^3 - X^2 - X + 1$ este $X^2 + X + 1$ sunt:
A $a = 2; b = -1$ **B** $a = 0; b = 1$ **C** $a = -1; b = 2$ **D** $a = -1; b = 1$ **E** $a = 1; b = 0$

Se dă funcția $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1$, unde $m \neq 0$ este parametru real.

- 9** Pentru ce valori ale lui m , $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?
A $m \in (0, +\infty)$ **B** $m \in (1 + \sqrt{2}, +\infty)$ **C** $m \in (0, 1 + \sqrt{2})$ **D** $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$
E $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}, +\infty)$
- 10** Pentru ce valori ale lui m , $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$?
A $m \in (-\infty, 0)$ **B** $m \in (1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ **C** $m \in (-1, 1 - \sqrt{2})$
D $m \in (-\infty, 1 - \sqrt{2})$ **E** $m \in (-1, 1 - \sqrt{2}) \cup (0, \infty)$
- 11** Pentru ce valori ale lui m funcția admite rădăcină dublă?
A $m \in \{\pm 1\}$ **B** $m \in \{1, \pm\sqrt{2}\}$ **C** $m \in \{\pm\sqrt{2}\}$ **D** $m \in \{-1, 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$
E $m \in \{0, 1, \pm\sqrt{2}\}$

Se consideră ecuația $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$, iar x_1 și x_2 sunt rădăcinile reale ale ecuației.

- 12** Suma rădăcinilor $x_1 + x_2$ aparține intervalului
A $[0, 1]$ **B** $[0, 4]$ **C** \mathbb{R} **D** $[0, 2]$ **E** $[-1, 4]$
- 13** Suma pătratelor rădăcinilor $x_1^2 + x_2^2$ aparține intervalului
A $[0, 4]$ **B** $[-2, 4]$ **C** $[0, 8]$ **D** \mathbb{R} **E** $[0, 3]$
- 14** Produsul rădăcinilor x_1x_2 aparține intervalului
A $[-2, 0]$ **B** $[0, 4]$ **C** $[-\frac{1}{2}, 4]$ **D** \mathbb{R} **E** $(0, 2)$

Fie funcțiile $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

- 15 Mulțimea valorilor parametrului m pentru care ecuația $f_m(x) = 0$ are cel puțin o rădăcină reală este:

A $(-\infty, 1)$ **B** $(-\infty, 1]$ **C** \mathbb{R} **D** alt răspuns **E** $[0, \infty)$

- 16 Vârfurile parabolilor asociate funcțiilor f_m , $m \neq 0$, se găsesc pe:

A parabola $y = x^2 + 2$ **B** dreapta $x + 2y = 0$ **C** dreapta $y = x$
D dreapta $y = -x$ **E** o paralelă la Ox

Fie funcția $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $g(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{dacă } x \leq 0 \\ 3x + 2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

- 17 Soluția inecuației $g(x) \geq 0$ este:

A $[-2, \infty)$ **B** $[-2, 0]$ **C** $[-\frac{2}{3}, \infty)$ **D** $[-2, -\frac{2}{3}]$ **E** $[0, \infty)$

- 18 Funcția $g^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este dată de:

A $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \geq 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$ **B** $g^{-1}(x) = \begin{cases} x - 2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$
C $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \leq 2 \\ 2x - 3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ **D** $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$
E $g^{-1}(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

19

Se dau funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 1, & x < 0 \\ 1 - x^2, & x \geq 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ 2x - 1, & x > -2 \end{cases}.$$

Funcția $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h = f \circ g$ este definită prin:

A $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1 - x), & x > -2 \end{cases}$ **B** $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1 - x), & x \geq \frac{1}{2} \\ 2(5x - 2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$
C $h(x) = \begin{cases} 4x(1 - x), & x \leq \frac{1}{2} \\ 2(5x - 2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$ **D** $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x < -2 \\ 2(5x - 2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1 - x), & -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$
E $h(x) = \begin{cases} 2(5x - 2), & x \geq -2 \\ 1 - x^4, & x < -2 \end{cases}$

20

Fie $P \in \mathbb{R}[X]$, $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, un polinom cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 distincte două câte două. Pentru $Q \in \mathbb{R}[X]$ polinom de grad 1,

suma $\frac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \frac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \frac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$ este egală cu

A $x_1 + x_2 + x_3$ **B** $x_1x_2x_3$ **C** $P(x_1 + x_2 + x_3)$ **D** 1 **E** 0

21

Fie $P, Q, R: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ funcții polinomiale de grad cel mult doi și $a, b, c \in \mathbb{C}$ astfel ca

$$\begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} = 1.$$

Suma $\begin{vmatrix} P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \\ P(c) & Q(c) & R(c) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P(a) & Q(a) & R(a) \\ P(b) & Q(b) & R(b) \\ P(1) & Q(1) & R(1) \end{vmatrix}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 3 **D** $P(0) + Q(0) + R(0)$ **E** $P(1)Q(1)R(1)$

22

Să se găsească numărul complex z dacă $|z| - z = 1 + 2i$.

- A** $z = \frac{3}{2} - 2i$ **B** $z = \frac{3}{2} + 2i$ **C** $z = \frac{1}{2} - 3i$ **D** $z = \frac{1}{2} + 3i$ **E** $z = -\frac{1}{2} + 3i$

Fie $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + z - \bar{z}$.

23

Soluțiile ecuației $f(z) = 0$ sunt:

- A** $\{0, 1 + 2i, 1 - 2i\}$ **B** $\{0, 1 + i, 1 - i\}$ **C** $\{0, i, -i\}$ **D** $\{0, 2 + i, 2 - i\}$
E $\{0, -1 + i, -1 - i\}$

24

Se consideră ecuația $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$. Mulțimea soluțiilor ecuației are:

- A** un element **B** două elemente **C** nici un element **D** trei elemente
E o infinitate de elemente

25

Soluția S a sistemului $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = 40 \end{cases}$ este:

- A** $S = \emptyset$ **B** $S = \{(1, 3)\}$ **C** $S = \{(1, 0), (1, 3)\}$ **D** $S = \{(1, 0)\}$
E $S = \{(-1, 1), (1, 0)\}$

26

Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.

- A** $x = 0$ **B** $x = -2$ **C** $x = 3$ **D** $x = \frac{1}{2}$ **E** $x = \frac{1}{3}$

27

Ecuația $\frac{2 \lg x}{\lg(5x - 4)} = 1$ are ca mulțime a soluțiilor pe:

- A** $\{1, 4\}$ **B** $\{4\}$ **C** $\{10\}$ **D** \emptyset **E** $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

28

Se consideră mulțimea tripletelor de numere reale (a, b, c) care verifică relația $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Atunci $\min(ab + bc + ac)$ pentru această mulțime este:

- A** -1 **B** $-\frac{3}{4}$ **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $-\frac{1}{3}$ **E** nu există minim

Fie $A_1 = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$ și $A_2 = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid x = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$.

29

Mulțimea A_1 este:

- A** $A_1 = \{1, 2, 3\}$ **B** $A_1 = \mathbb{N}$ **C** $A_1 = \{-2, 1, 4\}$ **D** $A_1 = \{1, 3, 5\}$
E $A_1 = \emptyset$

30

Mulțimea A_2 este:

- A** $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$ **B** $A_2 = \{3, 5\}$ **C** $A_2 = \{3\}$ **D** $A_2 = \emptyset$ **E** $A_2 = \{-1\}$

31

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 x) \geq 1$ este:

- A** $[3, \infty)$ **B** $(0, \sqrt[3]{9})$ **C** $(1, \sqrt[3]{3}]$ **D** $(\frac{1}{3}, 1]$ **E** $(0, 1) \cup (\sqrt[3]{3}, +\infty)$

Restul împărțirii polinomului X^{10}

32

la $X + 1$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** 1 **D** 9 **E** Alt răspuns

33

la $(X + 1)^2$ este:

- A** -10 **B** $-10X$ **C** $10X + 9$ **D** $-10X - 9$ **E** $X - 9$

34

la $(X + 1)^3$ este:

- A** $-9X^2 + 22$ **B** $45X^2 + 80X + 36$ **C** $X + 2$ **D** 1 **E** 0

35

Mulțimea soluțiilor ecuației $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$, $n \geq 3$, este:

- A** $\{n, \frac{n}{2}\}$ **B** $\{1, A_n^2\}$ **C** $\{-3\}$ **D** $\{A_n^3\}$ **E** \emptyset .

36

Să se determine primul termen a_1 și rația q a unei progresii geometrice $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ dacă:

$$\begin{cases} a_4 - a_2 = 6, \\ a_3 - a_1 = 3. \end{cases}$$

- A** $a_1 = -1; q = 3$ **B** $a_1 = 3; q = \frac{1}{2}$ **C** $a_1 = 2; q = -2$
D $a_1 = 1; q = 2$ **E** $a_1 = 1; q = 3$.

37

Care sunt valorile coeficienților reali a și b din ecuația

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă acești coeficienți sunt rădăcini ale ecuației?

- A** $a = 1, b = 0$ **B** $a = 1, b \in \mathbb{R}$ **C** $a = 1, b = -1$ **D** $a \in \mathbb{R}, b = -1$ **E** $a \in \mathbb{R}, b = 1$

38

Coeficientul lui x^{99} din dezvoltarea polinomului

$$(x - 1)(x - 2)(x - 3) \dots (x - 99)(x - 100)$$

este:

- A** -4950 **B** -5050 **C** 99 **D** -100 **E** 3450

39

Cel mai mare divizor comun al polinoamelor $(x + 1)^{4n+3} + x^{2n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și $x^3 - 1$ este:

- A** $x^3 - 1$ **B** $x - 1$ **C** $x^2 + x + 1$ **D** sunt prime între ele **E** $(x + 1)^{4n+3} + x^{2n}$

40

Valoarea lui $(1 - \alpha)(1 - \alpha^2)(1 - \alpha^4)(1 - \alpha^5)$, unde $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, este:

- A** -1 **B** 9 **C** 0 **D** $9i$ **E** $3i$

41

Fie numerele reale $a, b, c, d \in (0, 1) \cup (1, \infty)$. Dacă $\log_a b \log_b c \log_c d = 1$ atunci:

- A** $a = b \in (0, 1)$ și $c = d \in (1, \infty)$ **B** $a = b \in (1, \infty)$ și $c = d \in (0, 1)$
C $a = c \in (0, 1)$ și $b = d \in (1, \infty)$ **D** $a = d$ **E** $a = c \in (1, \infty)$ și $b = d \in (0, 1)$

42

Suma $\sum_{k=1}^n k \cdot k!$ este:

- A** $n(n + 1)$ **B** $n \cdot n!$ **C** $(n + 1)! - 1$ **D** $n!$ **E** $2n \cdot n!$

Se consideră matricea $U(a, b) = \begin{pmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{pmatrix}$.

43 Matricea $U(a, b)$ este singulară dacă și numai dacă

- A** $a = b$ **B** $a \neq -3b$ **C** $(a - b)(3b + a) = 0$ **D** $a + 3b = 0$ **E** alt răspuns

44 $U^{11}(1, 1)$ este

- A** $U(1, 1)$ **B** $4^{100}U(1, 1)$ **C** $2^{22}U(1, 1)$ **D** $2^{20}U(1, 1)$ **E** $4^8U(1, 1)$

45 Inversa matricei $U(1, 2)$ este:

- A** $U(1, 2)$ **B** $U(1, 2) - U(1, 1)$ **C** $\frac{U(1, 2) - 6I_4}{7}$ **D** nu există **E** alt răspuns

46

Dacă $a^2 + b^2 = 1$, atunci inversa matricei $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

- A** $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$ **B** $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ **C** $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ **D** $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$

47

Inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ este matricea:

- A** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **B** $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ **C** $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ **D** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

48

Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$ are rangul minim pentru:

- A** $a = 0$ **B** $a = 1$ **C** $a = 7$ **D** $a = 21$ **E** $a = -21$

49

Sistemul de ecuații cu parametrul real m , $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 6x - 8y = 1 \\ 5x + 2y = m \end{cases}$, este compatibil numai dacă:

- A** $m = 0$ **B** $m = 1$ **C** $m = 2$ **D** $m = 3$ **E** $m = 4$

50

Sistemul de ecuații cu parametrii $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m - 1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

- A** $m = 3; n \neq 3$ **B** $m \neq 3; n = 3$ **C** $m = 3; n = 3$ **D** $m \neq 3; n \neq 3$
E $m = 5; n = 3$

51

Dacă $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$, atunci:

- A** $n = 1$ **B** $n = 2$ **C** $n = 4$ **D** $n = 8$ **E** $n = 16$

52

Fie $m, n \in \mathbb{R}$, x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 + mx + n = 0$ și matricea

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$. Determinantul matricei A^2 este:

- A** $-4m^3 - 27n^2$ **B** $4m^3 - 27n^2$ **C** $-4m^3 + 27n^2$ **D** $-2n^3 - 27m^2$ **E** $-3n^3 - 27m^2$

53

Mulțimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care rangul matricei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & -5 & -4 \\ 2 & 0 & 4 & a \end{pmatrix}$$

este egal cu 2, este

- A** \emptyset **B** $\{0\}$ **C** $\{2\}$ **D** $\{-2, 2\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Se consideră sistemul

$$(S) : \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + az = -3 \\ 3x + y + 4z = b \end{cases}$$

54

(S) este compatibil determinat dacă și numai dacă

- A** $a = 0$ **B** $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ **C** $a = 1, b = -2$

55

(S) este compatibil nedeterminat dacă

- A** $a = 1, b = -2$ **B** $a = 1, b = 2$ **C** $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ **D** $a = 2, b = 1$

56

(S) este incompatibil dacă și numai dacă

- A** $a = 1, b = 2$ **B** $a \neq 2, b = 1$ **C** $a \neq 1, b \neq -2$ **D** $a \neq 0, b = 2$ **E** $a = 1, b \neq -2$

57

Numărul valorilor parametrului real m pentru care sistemul

$$\begin{cases} 2x + 2y + mxy & = & 5 \\ (m-1)(x+y) + xy & = & 1 \\ 3x + 3y - xy & = & m+1 \end{cases}, \text{ are soluții } (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \text{ este:}$$

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

58

Dacă sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x + ay + 4z = 0 \\ x - y - z = 0 \\ 3x - 2y - z = 0 \end{cases}; a \in \mathbb{R}$
este compatibil determinat, atunci:

- A** $a = 1$ **B** $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ **C** $a \in \mathbb{R}^*$ **D** $a \in (0, \infty)$ **E** $a \in (1, \infty)$

59

Dacă $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$, atunci:

- A** $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$ **B** $A^n = \begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$
C $A^n = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$ **D** $A^n = \begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$
E $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t - \sin^n t & -n \sin t \cos t \\ n \sin t \cos t & \cos^n t - \sin^n t \end{pmatrix}$

60

Dacă $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci A^{12} este:

- A** $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$ **B** $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **C** $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$ **D** $2^{12} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
E $\begin{pmatrix} (\sqrt{3})^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & (\sqrt{3})^{12} \end{pmatrix}$

Se dă mulțimea $M = [5, 7]$ și operația $*$ definită prin
 $x * y = xy - 6x - 6y + \alpha$.

61

Valoarea parametrului real α pentru care mulțimea M este parte stabilă în raport cu operația $*$ este:

- A** $\alpha = 42$ **B** $\alpha = 36$ **C** $\alpha = -36$ **D** $\alpha = 6$ **E** $\alpha = -6$

62

În monoidul $(M, *)$, elementul neutru este:

- A** $e = 7$ **B** $e = 6$ **C** $e = 5$ **D** $e = 1$ **E** nu există

63

În monoidul $(M, *)$, mulțimea elementelor simetrizabile este:

- A** $[5, 7] \setminus \{6\}$ **B** $\{6\}$ **C** $\{5, 7\}$ **D** $[5, 7]$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{6\}$

Definim pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ legea de compoziție $(x, y) * (a, b) = (xa, xb + ya)$.

64 Elementul neutru al legii $*$ este:

- A** $(0, 1)$ **B** $(1, 0)$ **C** $(0, 0)$ **D** $(1, 1)$ **E** $(-1, 1)$

65

Fie legea de compoziție $*$ definită prin $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x, y \in (-1, 1)$. Elementul neutru pentru această lege este:

- A** $e = 0$ **B** nu există **C** $e = 1$ **D** $e = -1$ **E** $\frac{1}{2}$

66

Pe mulțimea \mathbb{Z} a numerelor întregi se definește legea $*$ prin $x * y = x + y - 2$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine simetricul x' al lui x .

- A** x' nu există **B** $x' = 1 - x$ **C** $x' = 4 - x$ **D** $x' = \frac{1}{x}$ **E** $x' = -x$

Pe mulțimea \mathbb{C} a numerelor complexe definim legea de compoziție $*$ prin $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

67 Numărul $2 * i$ este:

- A** $2 - i$ **B** $2i$ **C** $2 + i$

68 Elementul neutru față de $*$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** i **D** -1

69 Elementul simetric al lui i față de $*$ este:

- A** $-i$ **B** $1 - i$ **C** $\frac{1-i}{2}$ **D** $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (m - 1)x + 3m - 4$, $m \in \mathbb{R}$.

70 Mulțimea valorilor lui m pentru care f se anulează în $(0, 1)$ și $f(x) \geq 0$, $\forall x \in (0, 1)$ este:

- A** $(-\infty, 7 - 4\sqrt{2})$ **B** $(7 + 4\sqrt{2}, \infty)$ **C** $\{7 - 4\sqrt{2}, 7 + 4\sqrt{2}\}$ **D** $\{7 - 4\sqrt{2}\}$ **E** \emptyset

71 Mulțimea valorilor lui m pentru care $f(x) < 0$, $\forall x \in (0, 1)$ este

- A** $(0, 1)$ **B** $(2, \infty)$ **C** $(-\infty, 1]$ **D** \emptyset **E** $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2$, $m \in \mathbb{R}$.

- 72) Mulțimea valorilor lui m pentru care f este strict crescătoare pe intervalul $[-1, 1]$ este
A $[-2, 2]$ **B** $(-\infty, -2)$ **C** $(-\infty, -2]$ **D** \mathbb{R} **E** Alt răspuns

- 73) Mulțimea valorilor lui m pentru care f este injectivă pe $[-1, 1]$ este:
A \mathbb{R} **B** $(-1, 1)$ **C** $(-\infty, -2] \cup (2, \infty)$ **D** $(-2, 2)$ **E** Alt răspuns

- 74) Familia de parabole asociate funcțiilor

$$f_m(x) = (m + 1)x^2 - 3mx + 2m - 1, \quad m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\},$$

- A** are un punct fix pe axa Oy **B** are un punct fix situat pe prima bisectoare
C are două puncte fixe **D** are trei puncte fixe **E** nu are puncte fixe

Fie parabolele de ecuații: $P_1 : y = x^2 + 5x + 4$
 și $P_2 : y = (m - 1)x^2 + (4m + n - 4)x + 5m + 2n - 4$, unde $m, n \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$.

- 75) Parabolele se intersectează în $A(-2, -2)$ și $B(0, 4)$ dacă:
A $m = -2, n = 9$ **B** $m = 2, n = -9$ **C** $m = 5, n = 4$ **D** $m = \frac{1}{2}, n = 3$
E $m = \frac{1}{3}, n = -2$

- 76) Parabolele au singurul punct comun $C(1, 10)$ dar nu sunt tangente dacă:
A $m = -\frac{2}{3}, n = \frac{1}{3}$ **B** $m = 2, n = -\frac{1}{3}$ **C** $m = -\frac{1}{3}, n = 3$ **D** $m = -2, n = \frac{1}{2}$
E $m = n = 2$

- 77) Parabolele sunt tangente în punctul $T(-2, -2)$ dacă:
A $m = 0, n = -3$ **B** $m = 2, n = -1$ **C** $m = -2, n = -1$ **D** $m = -2, n = 1$
E $m = \frac{1}{2}, n = -4$

- 78) Fie $E(x) = \frac{x^2 - 2(m - 1)x + m + 1}{mx^2 - mx + 1}$. Mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care E este bine definită oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, este:

- A** \mathbb{R} **B** $\{4\}$ **C** $\{-1\}$ **D** $(0, 4)$ **E** alt răspuns

- 79) Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$(m - 1)x^2 + (m - 1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

- A** \emptyset **B** $(-\infty, 1) \cup (\frac{11}{3}, \infty)$ **C** $(-\infty, 0)$ **D** $(-\infty, 1)$ **E** alt răspuns

80

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}^*$, pentru care parabolele asociate funcțiilor $f_a(x) = ax^2 - (a + 2)x - 1$ și $g_a(x) = x^2 - x - a$ sunt tangente, este:

- A** $\{-1, 2\}$ **B** $\{3, -1\}$ **C** $\{3\}$ **D** $\{\frac{1}{3}, 3\}$ **E** \emptyset

81

Ecuția $x^4 + (2m - 1)x^2 + 2m + 2 = 0$, cu necunoscuta x și parametrul real m , are toate rădăcinile reale dacă:

- A** $m = 0$ **B** $1 \leq m \leq 2$ **C** $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$ **D** $m \in \emptyset$ **E** $m > \frac{1}{2}$

82

Se dă ecuația $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$. Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă

- A** $a = 0$ **B** $a \in \{0, 1\}$ **C** $a \in \{-1, 1\}$ **D** $a = 2$ **E** $a = 3$

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - 2x + 3 = 0$. Notăm $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k$, $k \in \mathbb{Z}$.

83

S_{-1} este:

- A** 0 **B** $\frac{2}{3}$ **C** $-\frac{2}{3}$

84

S_{-2} este:

- A** $\frac{4}{9}$ **B** $-\frac{4}{9}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** $-\frac{3}{2}$

85

S_4 este:

- A** 4 **B** $\frac{4}{9}$ **C** -4 **D** 8 **E** -8

86

Dacă funcția polinomială $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(0) + \dots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \dots,$$

atunci $P(0)$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** alt răspuns

87

Dacă funcția polinomială $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisface egalitățile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^n k^{10}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

atunci $P(-2)$ este:

- A** 0 **B** -1 **C** 1023 **D** -1025 **E** alt răspuns

Se dă ecuația $x^3 - px^2 + qx - r = 0$, $r \neq 0$.

88 Ecuția admite două rădăcini opuse, dacă

- A** $p + q = r$ **B** $r^2 - pq = 0$ **C** $rp - q = 1$ **D** $q^2 - rp = 0$ **E** $pq - r = 0$

89 Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

- A** $p^2r - q = 0$ **B** $p^3 - rq = 0$ **C** $q^2 - rp = 0$ **D** $q^3 + p + q = 0$ **E** $p^3r - q^3 = 0$

90

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$\sqrt{x+2-4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}} = 1$$

este:

- A** $\{5, 12\}$ **B** $\{7, 10\}$ **C** $[2, \infty)$ **D** $[6, 11]$ **E** $\{8, 12\}$

91

Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} < \sqrt{2} - \sqrt{3}$ este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $[-2, 0)$ **C** $[-2, \infty)$ **D** \emptyset **E** $(0, \infty)$

Se consideră funcția $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x-11}$.

92 Mulțimea de definiție a funcției este:

- A** \mathbb{R} **B** $[0, \infty)$ **C** $(-\infty, 0)$ **D** $[11, \infty)$ **E** $(-\infty, 11)$

93 Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $f(x) = 7$ este

- A** $\{27\}$ **B** $\{0\}$ **C** $\{11\}$ **D** $\{1\}$ **E** conține cel puțin două elemente

94

Câte soluții întregi are ecuația

$$8(4^x + 4^{-x}) - 54(2^x + 2^{-x}) + 101 = 0?$$

- A** 2 **B** 4 **C** 1 **D** nici una **E** 3

95

Mulțimea valorilor reale ale lui a , pentru care funcția

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 + ax + 1,$$

este injectivă, este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $[0, \infty)$ **C** \emptyset **D** $\{1\}$ **E** \mathbb{R}

96

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$(m - 2)x^2 - (2m + 1)x + m - 3 = 0$$

are rădăcinile în $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ cu partea reală negativă este:

- A** $(-\frac{1}{2}, \frac{23}{24})$ **B** $(-\infty, \frac{23}{24})$ **C** $[-\frac{1}{2}, \infty)$ **D** $[\frac{23}{24}, \infty)$ **E** \emptyset

97

Valoarea minimă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \dots + (x - a_n)^2$$

unde $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$, se obține pentru:

- A** $x = 0$ **B** $x = a_1$ **C** $x = a_2$ **D** $x = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$ **E** $x = \frac{a_1 + a_n}{2}$

98

Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2mx - 1 & ; x \leq 0 \\ mx - 1 & ; x > 0 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}^*$, este injectivă dacă:

- A** $m \in (-\infty, 1)$ **B** $m \in (1, \infty)$ **C** $m \in (-\infty, 0)$ **D** $m \in (0, \infty)$ **E** $m \in (-1, 1)$

99

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x + m, & x \leq 1 \\ 2mx - 1, & x > 1 \end{cases}$. Funcția f este surjectivă dacă și numai dacă:

- A** $m \in (0, 1)$; **B** $m \in (-\infty, 2]$; **C** $m = 2$; **D** $m \in (0, 2]$; **E** $m \in (-\infty, 1]$

100

Sistemul $\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ x + y + z = a \end{cases}$, are o singură soluție $(x, y, z) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, dacă:

- A** $a = -\frac{1}{2}$ **B** $a = \frac{1}{2}$ **C** $a = 2$ **D** $a = \frac{1}{4}$ **E** $a = -\frac{1}{4}$

101

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x = \sqrt{2 - x}$ este:

- A** \emptyset **B** $\{1, -2\}$ **C** $\{1\}$ **D** $[1, 2]$ **E** $\{2\}$

102

Pentru ca funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow B$, $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x + 1}$ să fie surjectivă, trebuie ca:

- A** $B = \mathbb{R}$ **B** $B = [\frac{9-2\sqrt{21}}{3}, \frac{9+2\sqrt{21}}{3}]$ **C** $B = [1, 2]$ **D** $B = (1, 2)$ **E** $B = [-3, 3]$

103

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care valorile funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - ax + 1}{x^2 + 1}$, sunt cuprinse în intervalul $(0, 3)$, este:

- A** $(-4, 4)$ **B** $(-\infty, -4)$ **C** $(0, 3)$ **D** $(-2, 2)$ **E** $\{-2, 2\}$

104

Numărul soluțiilor $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ale ecuației $2|x - 2| + 3|y - 3| = 0$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** o infinitate

105

Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 2x$ este:

- A** $[-1, 3]$ **B** $(0, \infty)$ **C** $[2, \infty)$ **D** $[-2, 2]$ **E** $(-\infty, 2]$

106

Soluția ecuației $(3 - 2\sqrt{2})^x - 2(\sqrt{2} - 1)^x = 3$ este:

- A** -1 **B** $\ln 2$ **C** 2 **D** $\log_2(3 - 2\sqrt{2})$ **E** $\frac{1}{\log_3(\sqrt{2}-1)}$.

107

Soluția ecuației $(\frac{1}{2})^x + (\frac{1}{6})^x + \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{6})^x = 1$ este:

- A** orice număr real **B** 1 **C** 0 **D** $-\frac{1}{2}$ **E** ecuația nu are soluție

108

Ecuația $(5 + \sqrt{24})^{\sqrt{x+1}} + (5 - \sqrt{24})^{\sqrt{x+1}} = 98$ are mulțimea soluțiilor:

- A** $\{3\}$ **B** $\{-3; 3\}$ **C** $\{-3\}$ **D** $\{\sqrt{3}; 3\}$ **E** $\{\frac{1}{3}; 3\}$

Fie $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\log_x 2 \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \log_x 8} + \dots + \frac{1}{\log_x 2^n \log_x 2^{n+1}}$, unde $n \geq 5$ este un număr întreg.

109

$f(\frac{1}{2})$ este:

- A** $\frac{n}{n+1}$ **B** 1 **C** $\frac{n+1}{n}$ **D** $\frac{1}{2} \frac{n+1}{n}$ **E** $2 \frac{n+1}{n}$

110

Soluția ecuației $f(x) = \frac{4n}{n+1}$ este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{4}$ **C** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **D** 4 **E** $\frac{1}{2^n}$

111

Mulțimea soluțiilor sistemului de ecuații $\begin{cases} x^2 + y^2 = 425 \\ \lg x + \lg y = 2 \end{cases}$ este:

- A** $\{(1; 1)\}$ **B** $\{(1; 1); (10; 10)\}$ **C** $\{(20; 5); (5; 20)\}$ **D** $\{(1; 10); (10; 1)\}$
E $\{(20; 5)\}$

112

Soluțiile ecuației $\log_{2x} 4x + \log_{4x} 16x = 4$ aparțin mulțimii:

- A** $\{3\}$ **B** $\{2\}$ **C** $[\frac{1}{2\sqrt{2}}, 2]$ **D** $\{\log_2 3\}$ **E** $(2, \infty)$

113

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg((x^3 - x - 1)^2) < 2 \lg(x^3 + x - 1)$ este:

- A** \mathbb{R} **B** $(0, \infty)$ **C** $(1, \infty)$ **D** $(0, 1)$ **E** alt răspuns

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 9^x - 5^x - 4^x$.

114 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) = 0$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

115 Numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) - 2\sqrt{20^x} = 0$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

116 Mulțimea soluțiilor ecuației $\log_3 x^2 - 2\log_{-x} 9 = 2$ este:

- A** $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0, x \neq -1\}$ **B** $\{-9\}$ **C** \emptyset **D** $\{9\}$ **E** $\{-\frac{1}{3}, -9\}$

Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}}$, $a \in \mathbb{R}$.

117 Domeniul de definiție al funcției este:

- A** $(0, \infty)$ **B** $(0, \infty) \setminus \{1\}$ **C** (a, ∞) **D** $(-a, \infty)$ **E** $(\frac{-a+|a|}{2}, \infty)$

118 Mulțimea valorilor lui a pentru care $f(x) > 0$, pentru orice $x \in D$ este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $(-1, 1)$ **C** $[1, \infty)$ **D** $(2, \infty)$ **E** alt răspuns

119 Dacă $\log_6 2 = a$, atunci valoarea lui $\log_6 324$ este:

- A** $a + 3$ **B** $5a - 2$ **C** $4 - 2a$ **D** $a^2(2 - a)^4$ **E** $3 + 2a$

120 Fie $a = \lg 2$ și $b = \lg 3$. Dacă $x = 3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$ atunci:

- A** $x = 3 - 2b + a$ **B** $x = 2 + b - a$ **C** $x = 1$ **D** $x + 1 = a + b$ **E** $x = 81ab$

121 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}$ este:

- A** 1 **B** 3 **C** 2 **D** $\sqrt{5}$ **E** $2\sqrt{5}$

122 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{50} + 7} - \sqrt[3]{\sqrt{50} - 7}$ este:

- A** $2\sqrt{50}$ **B** 2 **C** 1 **D** 3 **E** $\sqrt{50}$

123 Mulțimea valorilor parametrului real m , pentru care ecuația $X^4 - mX^2 - 4 = 0$ admite rădăcina reală $\sqrt[4]{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt[4]{3 + 2\sqrt{2}}$, este:

- A** \emptyset **B** $\{0\}$ **C** $\{4\}$ **D** $\{1\}$ **E** $\{-4, 4\}$

124

Știind că a este rădăcina reală a ecuației $x^3 + x + 1 = 0$, să se calculeze

$$\sqrt[3]{(3a^2 - 2a + 2)(3a^2 + 2a)} + a^2.$$

- A** $a + 1$ **B** 1 **C** 3 **D** 2 **E** a

125

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care

$$m9^x + 4(m - 1)3^x + m > 1$$

oricare ar fi x real este:

- A** $(-\infty, 1)$ **B** $[1, \infty)$ **C** $(0, \infty)$ **D** $(1, \infty)$ **E** \emptyset

126

Mulțimea soluțiilor inecuației $\lg((x - 1)^{10}) < 10 \lg x$ este:

- A** \mathbb{R} **B** $(0, \infty)$ **C** $(0, 1) \cup (1, \infty)$ **D** $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, \infty)$ **E** \emptyset

127

Mulțimea soluțiilor inecuației $\log_x(1 + x) + \log_{x^2}(1 + x) + \log_{x^4}(1 + x) \geq \frac{7}{4}$ este:

- A** $(0, 1) \cup (1, \infty)$ **B** $(1, \infty)$ **C** $(0, \infty)$ **D** \emptyset **E** \mathbb{R}

128

Valoarea sumei $S_n = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este:

- A** $\frac{n}{3n+1}$ **B** $\frac{3n}{3n+1}$ **C** $\frac{n+1}{3n+1}$ **D** $\frac{n-1}{3n+1}$ **E** $\frac{n}{3(3n+1)}$

129

Suma $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

- A** $\frac{1}{n+1}$ **B** $\frac{2n-1}{2}$ **C** $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$ **D** $\frac{n^2}{(n+1)!}$ **E** $\frac{n}{n+1}$

130

Suma $\sum_{k=3}^n A_k^3 C_n^k$ are valoarea:

- A** $8C_n^3$ **B** $2^n A_n^3$ **C** $A_n^3 2^{n-3}$ **D** $2^{n-2} C_{n+1}^3$ **E** 3^n

131

Suma $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

- A** $n2^{n-1}$ **B** $n2^n - 1$ **C** n **D** $\frac{n(n+1)}{2}$ **E** alt răspuns

132

Suma $\sum_{k=1}^n \frac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$, $n \in \mathbb{N}^*$, este egală cu:

- A** $\frac{n(n+1)}{2}$ **B** $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ **C** $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ **D** $n(2n - 1)$ **E** $n^3 - n^2 + n$

133

Soluția ecuației $A_x^6 - 24xC_x^4 = 11A_x^4$ aparține mulțimii:

- A** $[5, 7]$ **B** $[8, 10)$ **C** $\{10\}$ **D** $\{4\}$ **E** $\{6\}$

134

Să se determine termenul independent de a al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

- A** C_{17}^6 **B** C_{17}^7 **C** C_{17}^8 **D** C_{17}^{10} **E** C_{17}^{11}

135

O progresie aritmetică crescătoare $(a_n)_{n \geq 1}$ verifică relațiile $a_9 + a_{10} + a_{11} = 15$ și $a_9 a_{10} a_{11} = 120$. Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

- A** 150 **B** 100 **C** 120 **D** 110 **E** 160

136

Ecuația $x^3 - (4 - i)x^2 - (1 + i)x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, are o rădăcină reală dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

- A** $\{1, 2\}$ **B** $\{0, 1\}$ **C** $\{-1, 4\}$ **D** $\{0, 4\}$ **E** \mathbb{R}

137

Pentru ce valori ale parametrului real b ecuația

$$x^3 + a(a + 1)x^2 + ax - a(a + b) - 1 = 0$$

admite o rădăcină independentă de a ?

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** a **E** -1

138

Numerele reale nenule a, b, c sunt rădăcinile ecuației $x^3 - ax^2 + bx + c = 0$. În acest caz tripletul (a, b, c) este:

- A** $(1, 1, 1)$ **B** $(-1, -1, -1)$ **C** $(1, -1, 1)$ **D** $(1, -1, -1)$ **E** alt răspuns

139

Care este valoarea parametrului rațional m , dacă ecuația

$$x^4 - 7x^3 + (13 + m)x^2 - (3 + 4m)x + m = 0$$

admite soluția $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ și soluțiile x_3 și x_4 verifică relația $x_3 = 2x_4$?

- A** -1 **B** $\frac{3}{4}$ **C** $\frac{5}{3}$ **D** 2 **E** 4

140

Soluțiile ecuației $z\bar{z} + 2(z - \bar{z}) = 20 + 8i$, $z \in \mathbb{C}$, sunt:

- A** $\pm 2 + 4i$ **B** $\pm 4 + 2i$ **C** $4 + 2i$ **D** $4 - 2i$ **E** alt răspuns

141

Fie x_1, x_2, \dots, x_n rădăcinile ecuației $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$. Valoarea sumei

$$S = \sum_{k=1}^n \frac{x_k}{x_k - 1}$$
 este:

- A** $3n - 5$ **B** $2n + 1$ **C** $\frac{n}{n-1}$ **D** $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$ **E** 0

142

Valoarea lui m pentru care ecuația $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ are rădăcinile în progresie aritmetică aparține mulțimii:

- A** $[-1, 1]$ **B** $[2, 4]$ **C** $[-4, -2]$ **D** $[-7, -5]$ **E** $[5, 6]$

143

Dacă ecuația $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$ admite o rădăcină dublă, atunci m aparține mulțimii:

- A** $[-5, 0]$ **B** $[0, 2]$ **C** $[-8, -5]$ **D** $\{3\}$ **E** $(6, \infty)$

144

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^3 - 28x + m = 0$ are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

- A** $\{48\}$ **B** $\{-48\}$ **C** $\mathbb{R} \setminus \{48\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$ **E** $\{-48, +48\}$

145

Sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \end{cases}$$
 are:

- A** o soluție **B** două soluții **C** trei soluții **D** patru soluții **E** șase soluții

146

Se consideră ecuația $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$ cu a parametru real. Valoarea sumei

$$\sum_{i=1}^4 \frac{1}{x_i}$$
, unde x_i sunt rădăcinile ecuației, este

- A** $-\frac{7}{2}$ **B** $-\frac{3}{2}$ **C** 0 **D** $\frac{3}{2}$ **E** $\frac{7}{2}$

147

Valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care suma a două rădăcini ale ecuației $x^4 + 10x^3 + mx^2 + 50x + 24 = 0$ este egală cu suma celorlalte două rădăcini aparțin mulțimii:

- A** $[0, 10]$ **B** $[-4, -1]$ **C** $\{5\}$ **D** $[30, 40]$ **E** $[-1, 1]$

Fie $(x + 1)(x^2 + 2)(x^2 + 3)(x^2 + 4)(x^2 + 5) = \sum_{k=0}^9 A_k x^k$.

148 $\sum_{k=0}^9 A_k$ este:

- A** 720 **B** 724 **C** 120 **D** 600 **E** alt răspuns

149 $\sum_{k=0}^4 A_{2k}$ este:

- A** 360 **B** 120 **C** 100 **D** 240 **E** 300

150

Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = X^3 + pX + q$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 . Să se determine polinomul cu rădăcinile x_1^2, x_2^2, x_3^2 .

- A** $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$ **B** $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$ **C** $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$
D $X^4 + qX^2 + 5$ **E** $X^3 - pX^2 + qX + q^2$

151

Restul împărțirii polinomului $1 + X + X^2 + \dots + X^{1998}$ la $1 + X$ este egal cu:

- A** 0 **B** -1 **C** 1 **D** 1997 **E** 1999

152

Polinomul $(X^2 + X - 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 - 1$ dacă și numai dacă:

- A** $n = 2k, k \in \mathbb{N}^*$ **B** $n = 3k, k \in \mathbb{N}^*$ **C** $n = 2k - 1, k \in \mathbb{N}^*$ **D** $n = 3k + 1, k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 3k + 2, k \in \mathbb{N}^*$

153

Polinomul $(X^2 + X + 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 + 1$ dacă și numai dacă:

- A** $n = 3k, k \in \mathbb{N}^*$ **B** $n = 4k, k \in \mathbb{N}^*$ **C** $n = 4k + 1, k \in \mathbb{N}$ **D** $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 4k + 3, k \in \mathbb{N}^*$

154

Mulțimea valorilor parametrului real a , pentru care ecuația $x^3 + ax + 1 = 0$ are toate rădăcinile reale și ele verifică relația $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 18$, este:

- A** $\{-12\}$ **B** $\{3\}$ **C** $\{-3\}$ **D** $\{-3, 3\}$ **E** \emptyset

155

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$$x(x - 1)(x - 2)(x - 3) = m$$

are toate rădăcinile reale este:

- A** $[-1, 9/4]$ **B** $[-1, 9/16]$ **C** $[-1, 9]$ **D** $[1, 1/16]$ **E** \emptyset

156

Restul împărțirii polinomului $P(X) = X^{100} + X^{50} - 2X^4 - X^3 + X + 1$ la polinomul $X^3 + X$ este:

- A** $X + 1$ **B** $2X^2 + 1$ **C** $2X^2 - 2X - 1$ **D** $2X^2 + 2X + 1$ **E** $X^2 + 1$

157

Se consideră polinoamele cu coeficienți complecși $P(X) = a_0 + a_1X + \dots + a_nX^n$ și $Q(X) = b_0 + b_1X + \dots + b_mX^m$. Știind că polinomul $Q(X)$ se divide cu $X - 1$, să se determine suma coeficienților polinomului $P(Q(X))$.

- A** $\sum_{i=0}^n a_i$ **B** $\left(\sum_{i=0}^n a_i\right) \left(\sum_{i=0}^m b_i\right)$ **C** a_nb_m **D** a_0 **E** a_0b_0

158

Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărțit la $X - 1$ dă restul 3 și împărțit la $X + 1$ dă restul -5 . Restul împărțirii la $X^2 - 1$ este:

- A** -15 **B** $3X - 5$ **C** $-3X + 5$ **D** $4X - 1$
E nu se poate determina din datele problemei

159

Restul împărțirii polinomului $X^{400} + 400X^{399} + 400$ la polinomul $X^2 + 1$ este:

- A** $400X + 401$ **B** $400X - 399$ **C** $-400X + 401$ **D** $-400X + 399$ **E** 0

Fie numărul complex $z = 1 + i$.

160

Numărul complex $\frac{1}{z}$ este:

- A** $-1 - i$ **B** $1 - i$ **C** $\frac{1-i}{2}$ **D** $\frac{1+i}{2}$ **E** Alt răspuns

161

Dacă z^n este real, pentru o anumite valoare $n \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul complex z^{2n} este:

- A** i^n **B** -1 **C** 1 **D** 2^n **E** $(\sqrt{2})^n$

162

Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$ și $|z_1| = |z_2| = 1$, atunci $|z_1 - z_2|$ este:

- A** 2 **B** 1 **C** $\sqrt{3}$ **D** $\sqrt{2}$ **E** $\sqrt{3} - 1$.

163

Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuației $x^3 + x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relația $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$ este:

- A** 1 **B** -1 **C** 3 **D** 2 **E** -2

164

Dacă $a < b < c$ și $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$, atunci:

- A** $D = 0$ **B** $D \leq 0$ **C** $D < 0$ **D** $D > 0$ **E** $D = -a^2 - b^2 - c^2$

165

Există matrice nenule $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel ca $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

dacă și numai dacă:

- A** $a = \sqrt{2}$ **B** $a \in \{-3, 2\}$ **C** $a \in \{-1, 1\}$ **D** $a \in \mathbb{R}^*$ **E** $a \in \{-2, 2\}$

166

Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$, atunci valoarea determinatului

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

este:

- A** 6 **B** 4 **C** 2 **D** 0 **E** -2

167

Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ este o matrice inversabilă astfel ca $A + A^{-1} = 2I_n$, atunci are loc egalitatea:

- A** $A = 3I_n$ **B** $A^3 + A^{-3} = 2I_n$ **C** $A = -A$ **D** $A^2 + A^{-2} = I_n$ **E** $A - A^{-1} = 2I_n$

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

168

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ este:

- A** -1 **B** 1 **C** -2 **D** 1/2 **E** 0

169

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ este:

- A** 1 **B** -1 **C** -2 **D** -4 **E** 0

170

$x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$ este:

- A** 1 **B** -2^3 **C** 2^4 **D** -1 **E** $4(1+i)$

Se consideră matricea: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$.

171) Determinantul matricei A este:

- A** $16i$ **B** $-16i$ **C** 16 **D** -16 **E** 0

172) A^4 este:

- A** I_4 **B** $2I_4$ **C** $4I_4$ **D** $16I_4$ **E** $256I_4$

173) Numărul soluțiilor $n \in \mathbb{Z}$ ale ecuației $16A^{8n} + 16I_4 = 257A^{4n}$ este:

- A** 16 **B** 8 **C** 4 **D** 2 **E** 1

Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

174) $\det A$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** -1 **D** 2 **E** ∞

175) Numărul de soluții în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^2 = A$ este:

- A** 10 **B** 1 **C** 2 **D** 0 **E** ∞

176) Numărul soluțiilor ecuației $X^2 = I_2$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{N})$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 16

Se consideră ecuația matriceală $X^2 = 2X + 3I_2$, $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

177) X^3 este:

- A** $7X + 6I_2$ **B** $6X + 7I_2$ **C** I_2 **D** X **E** $8X + 9I_2$

178) Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ ale ecuației este:

- A** 0 **B** 2 **C** 8 **D** 16 **E** infinit

179) Fie $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Atunci $\det(A \cdot A^T)$ este:

- A** strict pozitiv **B** strict negativ **C** zero **D** de modul 1 **E** 1

Se dă ecuația: $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $X \in M_2(\mathbb{R})$.

- 180) Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ este:
- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

- 181) Câte soluții are ecuația pentru n impar?
- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** n **E** o infinitate

- 182) Câte soluții are ecuația pentru n par?
- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** n **E** o infinitate

- 183) Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $x + y + z = 0$, $x + 2y + az = 0$, $x + 4y + a^2z = 0$ are soluție nebanală, este:
- A** \mathbb{R} **B** $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$ **C** $\{1, 3\}$ **D** $\{1, 2\}$ **E** $\{2, 3\}$

- 184) Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ și $n \in \mathbb{N}^*$, atunci:
- A** $A^n = (a^2 + bc)I_2$ **B** $A^n = (a^2 + bc)^n I_2$ **C** $A^{2n} = (a^2 + bc)^n I_2$
D $A^{2n+1} = (a^2 + bc)^n I_2$ **E** $A^{2n} = (a^2 + bc)^n A$

- 185) Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care sistemul de ecuații
- $$\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases}$$
- este compatibil este:
- A** \mathbb{R} **B** \emptyset **C** $\{-2, 1\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$ **E** $\{-2\}$

- 186) Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ verifică relația $A^3 = pA^2 + qA$ pentru:
- A** $p = -2, q = 3$ **B** $p = -2, q = 2$ **C** $p = 3, q = -2$ **D** $p = -3, q = 2$
E $p = 1, q = 1$

187

Mulțimea valorilor reale ale lui m , pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + 2my + z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat și soluția (x, y, z) verifică relația $x + y \geq z$, este:

- A** $(-\infty, 1]$ **B** $[-1, \infty)$ **C** $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}] \cup (1, \infty)$ **D** $(0, 1)$ **E** $(-1, 1)$

188

Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 & 2 \\ 1 & x^3 & -1 & 8 \\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este:

- A** $\{-1, 1, 2\}$ **B** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1, -2\}$ **C** $\{-1, 1, -2\}$ **D** \emptyset **E** $\{1\}$

189

Rangul matricei $\begin{pmatrix} b & 1 & 2 & 4 \\ 1 & a & 2 & 3 \\ 1 & 2a & 2 & 4 \end{pmatrix}$ este egal cu 2, dacă și numai dacă:

- A** $a = 1, b = 1$ **B** $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$ **C** $a = \frac{1}{2}, b = 1$ **D** $a = 2, b = 1$ **E** $a = 1, b = 3$

190

Pe \mathbb{R} se definește legea de compoziție: $x * y = xy - ax + by$. Numerele $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R}, *)$ este monoid sunt:

- A** $a = b \neq 0$ **B** $a = 0, b = 1$ **C** $a = b = 0$ sau $a = -1, b = 1$ **D** $a = -1, b = 0$
E nu există astfel de numere

191

Fie grupurile (\mathbb{C}^*, \cdot) și (\mathbb{R}^*, \cdot) . Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ și $b \in \mathbb{R}$ astfel ca funcția $f: \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$, $f(z) = a|z| + b$, să fie morfism de grupuri.

- A** $a = 2, b = 1$ **B** $a = -1, b = 1$ **C** $a = 1, b = 0$ **D** $a = -2, b = 3$ **E** $a = 0, b = 5$

192

Mulțimea elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$ este:

- A** $\{-2, 2\}$ **B** $\{-1, 1, -i, i\}$ **C** $\{1 - i, 1 + i\}$ **D** $\{1, i, 2i, -2\}$ **E** \emptyset

193

Fie $m \in \mathbb{Z}$ și operația $*$ definită prin $x * y = xy + mx + my + a$. Valoarea lui a pentru care operația $*$ definește o structură de monoid pe \mathbb{Z} este:

- A** $1 - m$ **B** m^2 **C** $m - 1$ **D** 0 **E** $m^2 - m$

Pe mulțimea numerelor reale \mathbb{R} se definește legea de compoziție ” * ” prin $x * y = xy - 2x - 2y + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

194) Legea ” * ” este asociativă pentru:

- A** $\lambda = 1$ **B** $\lambda = 2$ **C** $\lambda = -1$ **D** $\lambda = -3$ **E** $\lambda = 6$

195) Mulțimea $M = (2; \infty)$ este parte stabilă a lui \mathbb{R} în raport cu legea ” * ” pentru:

- A** $\lambda = 2$ **B** $\lambda = 3$ **C** $\lambda < 3$ **D** $\lambda \geq 6$ **E** $\lambda > 6$

196) Legea ” * ” are element neutru pentru:

- A** $\lambda = 4$ **B** $\lambda = 6$ **C** $\lambda = -6$ **D** $\lambda = 1$

197)

Legea de compoziție $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, determină pe \mathbb{R} o structură de grup, dacă și numai dacă:

- A** $n = 1$ **B** $n = 3$ **C** $n = 2k, k \in \mathbb{N}^*$ **D** $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^*$ **E** $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$

198)

În monoidul $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ mulțimea elementelor inversabile este:

- A** $\{A \mid \det A \neq 0\}$ **B** $\{A \mid \det A = 1\}$ **C** $\{-I_2, I_2\}$
D $\{A \mid \det A^2 = 0\}$ **E** $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$

199)

Să se determine grupul $(G, *)$, știind că funcția

$$f : (0, \infty) \rightarrow G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor $((0, \infty), \cdot)$ și $(G, *)$.

- A** $G = (0, \infty)$ și $x * y = xy$ **B** $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy$
C $G = (1, \infty)$ și $x * y = xy - x - y + 2$ **D** $G = \mathbb{R}$ și $x * y = x + y$
E $G = (1, \infty)$ și $x * y = x + y - 1$

200)

Se consideră grupurile $G = (\mathbb{R}, +)$ și $H = (\mathbb{R}, *)$, unde $x * y = x + y + 1$. Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ este izomorfism de la G la H , dacă și numai dacă:

- A** $a = b = 1$ **B** $a = -1, b = 1$ **C** $a \neq 0, b = -1$ **D** $a = 1, b \neq 0$
E $a = 1$, și $b = 0$

Fie monoidul (M, \cdot) unde $M = \{A_a \mid a \in \mathbb{R}\}$ cu $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$.

- 201** Matricea $A_1 \cdot A_1$ este:
A A_1 **B** A_2 **C** A_3 **D** A_4 **E** A_{-1}
- 202** Elementul unitate este:
A I_3 **B** A_1 **C** A_0 **D** $A_{\frac{1}{2}}$ **E** A_{-1}
- 203** Inversul elementului A_1 este:
A $A_{\frac{1}{4}}$ **B** A_4 **C** $A_{\frac{1}{2}}$ **D** A_2 **E** A_{-1}

Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție $x * y = ax + by + c$, $a \neq 0, b \neq 0$.

- 204** $*$ este asociativă dacă și numai dacă
A $a = b, c = 0$ **B** $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ **C** $a = b = c = 2$ **D** $a = b = -1, c = 2$
E alt răspuns
- 205** $*$ este asociativă și admite element neutru dacă și numai dacă
A $a = b = 1, c = 0$ **B** $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ **C** $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$ **E** alt răspuns
- 206** $(\mathbb{R}, *)$ este grup dacă și numai dacă
A $a = b = 1, c = 0$ **B** $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ **C** $a = b = c = 2$
D $a = b = 2, c = 0$ **E** alt răspuns

- 207** Funcția $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = ax$ este automorfism al grupului $(\mathbb{Z}, +)$ dacă și numai dacă:
A $a = 1$, **B** $a = -1$ **C** $a \in \{-1, 1\}$ **D** $a \in \mathbb{Z}^*$ **E** $a \in \{0, 1\}$

- 208** Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + 1}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Mulțimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care imaginea funcției f este $\text{Im } f = [-3, 1]$ este:
A $\{(0, 0)\}$ **B** $\{(1, -\sqrt{2})\}$ **C** $\{(2\sqrt{3}, -2), (-2\sqrt{3}, -2)\}$ **D** $\{(\frac{1}{2}, \sqrt{2}), (-\frac{1}{2}, \sqrt{2})\}$
E $\{(0, 1), (1, 0)\}$

- 209** Imaginea funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1}$, $a \in \mathbb{R}$, este inclusă în intervalul $[0, 2]$, dacă:
A $a \geq 3$ **B** $a \leq -2$ **C** $a \in [-1, 0)$ **D** $a \in [0, 2]$ **E** $a \in (-2, -1)$

210

Mulțimea valorilor lui x , pentru care este definit radicalul ${}^{6-x^2}\sqrt{x}$, conține:

- A** 5 elemente **B** 7 elemente **C** un interval **D** 4 elemente **E** nici un element

211

Mulțimea numerelor complexe z care verifică ecuația $z^2 - 2|z| + 1 = 0$ este:

- A** $\{-1, 1\}$ **B** $\{1 - i, i + 1\}$ **C** $\{-1, 1, (\sqrt{2} - 1)i, (1 - \sqrt{2})i\}$
D $\{-1, 1, 1 - i\}$ **E** \emptyset

212

Se consideră ecuația $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmații este adevărată?

- A** ecuația are o rădăcină pară **B** ecuația are o rădăcină impară
C ecuația are două rădăcini pare **D** ecuația nu are rădăcini întregi
E ecuația are două rădăcini impare

213

Ecuația $\sqrt{mx^2 + x + 1} + \sqrt{mx^2 - x + 1} = x$ are soluții reale dacă și numai dacă:

- A** $m = 0$ **B** $m = 1$ **C** $m = \frac{1}{2}$ **D** $m = \frac{1}{4}$ **E** $m > 0$

214

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația

$$x^4 + 4x^3 + ax^2 + 4x + 1 = 0$$

are toate rădăcinile reale este:

- A** $(-\infty, -10]$ **B** $(-\infty, -10] \cup \{6\}$ **C** $[4, \infty)$ **D** $\{0\}$ **E** \emptyset

215

Soluțiile ecuației $1 - 3^{x-1} + 2^{\frac{x}{2}} - 2^{\frac{x}{2}} 3^{\frac{x-1}{2}} = 0$ aparțin mulțimii:

- A** $[-3, 0]$ **B** $[0, 2]$ **C** $\{0; -2\}$ **D** $[3, \infty)$ **E** $\{\frac{1}{2}\}$

216

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\log_a(x^2 + 4) \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$, este:

- A** $(1, 2]$ **B** $[-2, 0)$ **C** $(0, 4]$ **D** $[2, 3]$ **E** $(1, 3)$

217

Soluția x a ecuației $\log_x(x+1) + \log_{x^3}(x^3+1) = 2 \log_{x^2}(x^2+1)$ verifică:

- A** $x \in [0, 1)$ **B** $x \in \emptyset$ **C** $x \in (2, 3)$ **D** $x \in (3, 4)$ **E** $x \in (1, 2)$

218

Cel mai mare termen al dezvoltării binomului $(1 + \sqrt{2})^{100}$ este:

- A** T_{57} **B** T_{58} **C** T_{59} **D** T_{60} **E** T_{61}

219

Fie m, n, p numere naturale nenule, $m \neq n$. Dacă într-o progresie aritmetică avem $a_n = m$, și $a_m = n$, atunci a_p este egal cu:

- A** $m + n - p$ **B** $p - m - n$ **C** $m + n - 2p$ **D** $2p - m - n$ **E** $m + n + p$

Fie polinomul $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$, unde a este un parametru real.

220

Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

- A** $a = 1$ **B** $a = -1$ **C** $a = 2$ **D** $a = \frac{1}{2}$ **E** $a = -\frac{3}{2}$

221

Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

- A** $a = 1$ **B** nu există un astfel de a **C** $a = -1$ **D** $a = 2$ **E** $a = -2$

Fie $x_n = (2 + \sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

222

Câte perechi $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$ există pentru n fixat?

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** o infinitate

223

Valoarea lui $a_n^2 - 3b_n^2$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** $\sqrt{3}$

224

Câte soluții are ecuația $x^2 = 3y^2 + 1$ în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

- A** 1 **B** 3 **C** 5 **D** 6 **E** o infinitate

225

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 și x_5 rădăcinile ecuației $x^5 + x^4 + 1 = 0$.

Valoarea sumei $\sum_{i=1}^5 \frac{1}{x_i^4}$ este:

- A** -4 **B** -3 **C** -2 **D** -1 **E** 0

Ecuția $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$ are toate rădăcinile pozitive, $a, b \in \mathbb{R}$.

226 Media aritmetică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este
A 1 **B** 2 **C** 0 **D** 4 **E** 8

227 Media geometrică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este
A 2 **B** 1 **C** 4 **D** 0 **E** 16

228 Valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația are toate rădăcinile reale și pozitive sunt:
A $a = 1, b = 0$ **B** $a = 24, b = 32$ **C** $a = 24, b = 1$ **D** $a = 32, b = 24$
E $a = 1, b = 32$

229 Fie $\alpha \in \mathbb{C}$ astfel ca $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o matrice, $A \neq O_2$, astfel încât

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(\alpha I_2 - A) = \alpha^2.$$
 Valoarea lui $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2)$ este:
A -1 **B** 0 **C** 2 **D** α **E** 1

230 Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A \neq O_2$ și există $n \geq 6$ astfel ca $A^n = O_2$, atunci valoarea minimă a lui $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^p = O_2$ este:
A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5 **E** 6

231 Mulțimea $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$, $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, este un subgrup al grupului (\mathbb{C}^*, \cdot) dacă:
A $b = 0$ **B** $a = b$ **C** $|a| = |b|$ **D** $a = -b$ **E** $a^n = b$

232 Câte elemente inversabile are monoidului $(\mathbb{Z}[\sqrt{2}], \cdot)$?
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** o infinitate

233 Funcția $f(x, y) = \frac{ax + by}{1 + xy}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este o lege de compoziție pe intervalul $(-1, 1)$ dacă:
A $a = b = 2$ **B** $a + b \in (-1, 1)$ **C** $a \in (-1, 1)$ și $b \in (-1, 1)$ **D** $a = b \in [-1, 1]$ **E** $a + b = 1$

234 Fie $x * y = \frac{x + y}{1 + xy}$, $x, y \in (-1, 1)$. Numărul $\frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{1000}$ este:
A $\frac{500499}{500502}$ **B** $\frac{500499}{500501}$ **C** $\frac{500500}{500501}$ **D** $\frac{500501}{500502}$ **E** $\frac{500400}{500501}$

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

235 au 4 elemente, îl conțin pe 2 și nu îl conțin pe 3:

- A** C_6^3 **B** C_7^3 **C** C_8^3 **D** C_6^4 **E** alt răspuns

236 cel mai mic element al fiecărei submulțimi este 1:

- A** C_6^3 **B** C_7^3 **C** C_8^3 **D** $2^8 - 1$ **E** alt răspuns

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. În câte moduri se poate scrie A ca reuniune a două mulțimi disjuncte și:

237 nevide?

- A** $2^8 - 1$ **B** C_8^2 **C** $2^7 - 1$ **D** $(C_8^2)^2$ **E** $2^8 - 2$

238 având număr egal de elemente?

- A** C_7^3 **B** C_8^4 **C** $(C_8^4)^2$ **D** 2^4 **E** 2^5

Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$. Câte dintre submulțimile lui A satisfac următoarele cerințe?

239 nu conțin numere pare:

- A** 15 **B** 16 **C** 32 **D** 127 **E** 128

240 conțin cel puțin un număr impar:

- A** 127 **B** 128 **C** 129 **D** 240 **E** 255

241 conțin atât numere pare cât și impare:

- A** 225 **B** 235 **C** 245 **D** 255 **E** alt răspuns

Un număr de 8 bile numerotate de la 1 la 8 se distribuie în 4 cutii etichetate A, B, C, D . În câte moduri se poate face distribuirea dacă se admit cutii goale și:

242 se distribuie toate bilele?

- A** 2^{12} **B** 2^{15} **C** 2^{16} **D** 5^8 **E** C_8^4

243 nu este obligatoriu să se distribuie toate bilele?

- A** 2^{12} **B** 2^{15} **C** 2^{16} **D** 5^8 **E** C_8^4

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de două ori.

244 Probabilitatea de a obține aceeași valoare în ambele aruncări este:

- A** $\frac{1}{6}$ **B** $\frac{1}{36}$ **C** $\frac{1}{21}$ **D** $\frac{2}{7}$ **E** $\frac{5}{36}$

245 Probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este:

- A** $\frac{5}{6}$ **B** $\frac{5}{12}$ **C** $\frac{5}{18}$ **D** $\frac{5}{36}$ **E** $\frac{5}{72}$

246 Dacă știm că la a doua aruncare s-a obținut un număr mai mare decât cel de la prima aruncare, atunci probabilitatea ca la prima aruncare să fi obținut 3 este:

- A** $\frac{1}{3}$ **B** $\frac{1}{4}$ **C** $\frac{1}{5}$ **D** $\frac{1}{6}$ **E** $\frac{1}{12}$

247

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right)$ este:

A $\frac{1}{2}$

B 4

C 1

D ∞

E 0

248

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \sin \frac{x}{2^n} \right)^{2^n}$ este:

A e B $\frac{2}{x}$ C e^x D e^{-x} E $\frac{1}{e}$

249

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\ln n} (\sqrt[n]{n} - 1)$ este:

A 1

B e C ∞

D 0

E $\frac{1}{e}$

250

Se dă șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n \geq 0}$ prin relațiile:

$a_0 = 2; a_1 = 16; a_{n+1}^2 = a_n a_{n-1}, \quad \forall n \geq 1$. Limita șirului $(a_n)_{n \geq 0}$ este:

A 1

B 2

C 4

D 8

E ∞

251

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin: $x_{n+1} - a x_n + 2 = 0, \quad x_0 = a$.

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care șirul (x_n) este strict descrescător este:

A \emptyset B $(-1, 2)$ C $(-1, 1)$ D $(0, \infty)$ E $(0, 2)$

252

Fie $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ un număr fixat. Se consideră șirurile $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ definite prin $x_{n+1} = a^{\frac{1}{(n+1)!}} \cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}$, $n \geq 1$, $x_1 = 1$, $b_n = \prod_{k=1}^n x_k$.

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ este:

- A** \sqrt{a} **B** a **C** a^2 **D** ∞ **E** 0

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + \frac{2}{x_n}$, $x_0 = 1$.

253

Limita șirului $(x_n)_{n \geq 0}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** e **D** ∞ **E** nu există

254

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}}$ este egală cu:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** π **E** ∞

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = e^{x_n} - 1$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

255

Numărul valorilor lui x_0 pentru care șirul este constant este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 5 **E** 10

256

Șirul este crescător dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $[0, \infty)$ **C** $(-\infty, 0]$ **D** $(0, \infty)$ **E** \mathbb{R}

257

Dacă $x_0 > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ este:

- A** ∞ **B** 0 **C** nu există **D** 1 **E** $2e$

258

Șirul este convergent dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:

- A** \emptyset **B** $\{0\}$ **C** $(-\infty, 0]$ **D** $(-\infty, 0)$ **E** $(0, \infty)$

259

Pentru $x_0 = -1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n$ este:

- A** -2 **B** -1 **C** 0 **D** 1 **E** nu există

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1$, $x_1 \in \mathbb{R}$.

260 Dacă $x_{100} = 1$, atunci x_2 este:
A 1 **B** 0 **C** -1 **D** 2 **E** $\frac{1}{2}$

261 Șirul este convergent dacă și numai dacă x_1 aparține mulțimii:
A $[0, 1]$ **B** $(0, 1)$ **C** $\{0, 1\}$ **D** $\{1\}$ **E** $[-1, 1]$

262 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_1 x_2 \cdots x_n}{x_{n+1}}$ este:
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** $+\infty$ **E** nu există

263 Dacă $x_1 = 2$, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n} \right)$ este:
A 1 **B** 2 **C** $\sqrt{2}$ **D** e **E** $+\infty$

264 Șirul $(x_n)_{n \geq 0}$, definit prin relația de recurență $x_{n+1} = 2^{\frac{x_n}{2}}$, $x_0 \in \mathbb{R}$, are limita 2, dacă și numai dacă x_0 aparține mulțimii:
A $\{2\}$ **B** $[-2, 2]$ **C** $(-\infty, 2]$ **D** $[2, 4)$ **E** alt răspuns

Valorile limitelor următoare sunt:

265 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2}$
A 1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 2 **E** ∞

266 $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - \sqrt[n]{2})^n$
A $\frac{1}{2}$ **B** 0 **C** 1 **D** 2 **E** ∞

267 $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - \sqrt{2})(2 - \sqrt[3]{2}) \cdots (2 - \sqrt[n]{2})$
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** $\sqrt{2}$ **E** e

268 Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ un șir de numere reale, astfel ca șirul

$$1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - a_n \ln n,$$

$n \geq 1$, să fie mărginit. Limita șirului $(a_n)_{n \geq 1}$ este:

A e **B** 0 **C** ∞ **D** 1 **E** $\frac{1}{e}$

269

Fie $a \in \mathbb{R}$ astfel încât șirul $(x_n)_{n \geq 1}$,

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1}\right) - a \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right),$$

să fie mărginit. Limita lui este:

- A** 0 **B** $\ln 2$ **C** 2 **D** $-\ln 2$ **E** $\frac{1}{2}$

270

Valoarea limitei $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$ este:

- A** 3 **B** 0 **C** ∞ **D** 1 **E** nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro

271

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 - 1}$ este:

- A** 0 **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** 1 **E** $\frac{4}{3}$

272

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 3n + 1}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^2+n+1}{n+1}}$ este:

- A** e^6 **B** e^{-1} **C** e^{-3} **D** e^{-2} **E** e^9

273

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + e^{2n})}{\ln(1 + e^{3n})}$ este:

- A** 1 **B** $\frac{1}{3}$ **C** 2 **D** $\frac{2}{3}$ **E** $\ln 2$

274

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \cdots - 2n}{3n + 1}$ este:

- A** $\frac{1}{3}$ **B** -2 **C** ∞ **D** $\frac{2}{3}$ **E** $-\frac{1}{3}$

275

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n + 1}\right)^{\frac{n+1}{n^2+1}}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** e **E** ∞

276

$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \frac{(k+1)^2}{k(k+2)}$ este:

- A** 5 **B** 4 **C** 1 **D** 2 **E** 3

277

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}}$

- A** 1 **B** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **C** $\frac{1}{1 + \sqrt{2}}$ **D** ∞ **E** nu există

278

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}$ este:

A $-\frac{1}{3}$

B $-\frac{1}{2}$

C $\frac{1}{3}$

D $\frac{1}{6}$

E $\frac{1}{2}$

279

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ este:

A 0

B $\frac{1}{3}$

C $\frac{2}{3}$

D 1

E $\frac{4}{3}$

280

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k a_{k+1}}$, unde (a_k) , $k \in \mathbb{N}^*$, $a_1 > 0$, formează o progresie aritmetică cu rația $r > 0$, este:

A ∞

B $\frac{1}{a_1 r}$

C 1

D a_1

E 0

281

Fie $S_n = \sum_{k=2}^n \frac{k^2 - 2}{k!}$, $n \geq 2$. Alegeți afirmația corectă:

A $S_n < 3$

B $S_n > 3$

C $S_n = e$

D $S_n < 0$

E $S_n = e - \frac{1}{2}$

282

Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și fie $S_n = \sum_{k=1}^n k! \cdot (k^2 + 1)$. Atunci S_n este:

A $(n+1)! \cdot n$

B $2 \cdot n! \cdot n$

C $(n+1)!$

D $(n+1)! - n! + 1$

E $(n+1)! + n! - 1$

283

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{4k^2 - 1}$

A $\frac{1}{4}$

B $\frac{1}{2}$

C 0

D -1

E nu există

284

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{6}{k(k+1)(k+3)}$

A $\frac{2}{3}$

B $\frac{1}{3}$

C $\frac{7}{6}$

D 1

E $\frac{3}{2}$

285

Limita șirului $(x_n)_{n \geq 0}$, $x_n = \cos(\pi\sqrt{4n^2 + n + 1})$, este:

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B $\frac{1}{2}$

C 0

D nu există

E 1.

Se consideră șirul $(a_n)_{n \geq 1}$, unde $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{n^2 - 1}{a_n} + 2$, $n \geq 1$.

286

a_2 este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

287

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** ∞ **D** 2 **E** 3

288

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n a_k^3}{n^4}$ este:

- A** $\frac{1}{4}$ **B** 1 **C** 0 **D** 2 **E** 4

289

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n a_k^k}{n^{n+1}}$ este:

- A** 0 **B** e **C** e^{-1} **D** e^2 **E** 1

290

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{e^n n!}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** e **D** \sqrt{e} **E** ∞

291

Fie $p \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$, $q > 0$. Se cere valoarea limitei:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{qn + 1}{qn} \frac{qn + p + 1}{qn + p} \cdots \frac{qn + np + 1}{qn + np}.$$

- A** $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ **B** $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$ **C** $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$ **D** $p \sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ **E** $p^2 \sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

292

Fie x_0 un întreg pozitiv. Se definește șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \frac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\ \frac{1 + x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \end{cases} \quad n = 0, 1, \dots$$

Limita șirului $(x_n)_{n \geq 0}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** ∞ **D** e **E** Nu există pentru unele valori ale lui x_0

293

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \cdots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}$, $a > 0$, este:

- A** 0 **B** $\ln a$ **C** ∞ **D** e **E** a

294

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} \right)$ este:

A 1

B $\frac{7}{2}$

C $\frac{8}{3}$

D $\frac{3}{2}$

E 0

295

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{(2n)^k}$ este

A 0

B 1

C $e^{\frac{1}{2}}$

D e^2

E ∞

296

Fie $p_n = \prod_{k=1}^n \cos(2^{k-1}x)$, $x \neq k\pi$. Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ este:

A 1

B $\frac{\cos x}{x}$

C 0

D $\frac{\sin x}{x}$

E nu există

297

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{n2^n + k}$ este:

A 0

B 1

C $\frac{1}{2}$

D 2

E ∞

298

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{kC_n^k}{n2^n + k}$ este:

A 0

B 1

C $\frac{1}{2}$

D 2

E ∞

299

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\cos n\pi}{n} \right)^n$ este:

A ∞

B 0

C 1

D e

E nu există

300

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + x^n(x^2 + 4)}{x(x^n + 1)}$, $x > 0$ este:

A $\frac{1}{x}$

B ∞

C x

D $\frac{x^2+4}{x}$

E alt răspuns

301

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \arcsin \frac{k}{n^2}$ este:

A 0

B 1

C ∞

D $\frac{1}{2}$

E 2π

302

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 2}$, $x_n = \sqrt[n]{1 + \sum_{k=2}^n (k-1)(k-1)!}$.

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n}$ este:

- A** ∞ **B** $\frac{1}{e}$ **C** 0 **D** 1 **E** e

303

Fie $x \in \mathbb{R}$. Notăm cu $[x]$ partea întreagă a numărului x . Limita șirului

$$x_n = \frac{[x] + [3^2x] + \dots + [(2n-1)^2x]}{n^3}, \quad n \geq 1,$$

este:

- A** $\frac{x}{2}$ **B** 1 **C** 0 **D** $\frac{3x}{4}$ **E** $\frac{4x}{3}$

304

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \dots + a^{\frac{n}{n}} \right)$, unde $a \in (1, \infty)$, este:

- A** $1 - \ln a$ **B** $1 + \ln a$ **C** $2 + \ln a$ **D** $-\ln a$ **E** $\ln a$

305

Șirul $\sqrt[n]{2^n \sin 1 + 2^n \sin^2 + \dots + 2^n \sin^n}$, $n = 2, 3, \dots$, este:

- A** convergent **B** mărginit și divergent **C** nemărginit și divergent
D cu termeni negativi **E** are limită infinită

306

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \dots + \frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n}$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 2 **E** nu există

307

Șirul $a_n = 1^9 + 2^9 + \dots + n^9 - a n^{10}$, $a \in \mathbb{R}$, este convergent dacă:

- A** $a = 9$ **B** $a = 10$ **C** $a = 1/9$ **D** $a = 1/10$
E nu există un astfel de a

308

Fie șirul $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_n = ac + (a + ab)c^2 + \dots + (a + ab + \dots + ab^n)c^{n+1}$.

Atunci, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$ cu proprietățile $|c| < 1$, $b \neq 1$ și $|bc| < 1$, avem:

- A** (x_n) nu este convergent **B** $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ **C** $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$
D $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{a+bc}{(1-ab)c}$ **E** $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$

309

Pentru numărul natural $n \geq 1$, notăm cu x_n cel mai mare număr natural p pentru care este adevărată inegalitatea $3^p \leq 2008 \cdot 2^n$. Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** $\log_3 2$ **D** 2008 **E** Limita nu există

Fie $0 < b < a$ și $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ unde $x_0 = 1$, $x_1 = a + b$,

$$x_{n+2} = (a + b)x_{n+1} - abx_n, \quad n \in \mathbb{N}$$

310 Dacă $0 < b < a$ și $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ atunci

- A** $l = a$ **B** $l = b$ **C** $l = \frac{a}{b}$ **D** $l = \frac{b}{a}$ **E** nu se poate calcula

311 Dacă $0 < b < a < 1$ și $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n x_k$ atunci:

- A** $L = 1$ **B** $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$ **C** $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$ **D** $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$ **E** $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$

312

Mulțimea tuturor valorilor lui a pentru care șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin recurența $x_0 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$, este convergent este:

- A** $\{1\}$ **B** $[-1, 2]$ **C** $\{0\}$ **D** $(0, 1)$ **E** $[1, 3]$

313

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(p+n)!}{n!n^p} \right)^n$, $p \in \mathbb{N}$ este:

- A** ∞ **B** 0 **C** e **D** $e^{1/6}$ **E** $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$

314

Câte șiruri convergente de numere reale $(x_n)_{n \geq 1}$ verifică relația

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}$?

- A** 1 **B** 10 **C** 0 **D** o infinitate **E** 2

315

Șirul (x_n) , $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ are limita $\frac{\pi^2}{6}$. Să se calculeze limita șirului (y_n) , $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{(2n-1)^2}$.

- A** $\frac{\pi^2}{8}$ **B** $\frac{\pi^2}{3}$ **C** $\frac{\pi^2}{16}$ **D** $\frac{\pi}{3}$ **E** $\frac{\pi^2}{12}$

316

Fie x_n soluția ecuației $\operatorname{tg} x = x$ din intervalul $(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2})$, $n \in \mathbb{N}$. Valoarea limitei

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n \right)$$

este:

- A** 1 **B** 0 **C** $\frac{1}{\pi}$ **D** $\frac{\pi}{2}$ **E** $\frac{\pi}{4}$

317

Mulțimea valorilor funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ este:

- A** $[-1, e^{\frac{1}{e}}]$ **B** \mathbb{R} **C** $[0, 1]$ **D** $(0, \frac{1}{e}) \cup [1, e]$ **E** $(0, e^{\frac{1}{e}}]$

318

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x^{x^2}}{(1-x)^2}.$$

- A** e **B** -1 **C** 1 **D** $-e$ **E** 0

319

$$\lim_{x \rightarrow +0} ((1+x)^x - 1)^x$$

- A** 0 **B** 1 **C** e **D** ∞ **E** nu există

320

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \overbrace{\sin(\sin(\dots(\sin x)\dots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{x^3}$$

- A** 0 **B** $n/2$ **C** $n/3$ **D** $n/4$ **E** alt răspuns

321

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + \sqrt{2})^{\sqrt{2}} - (x - \sqrt{2})^{\sqrt{2}}}{x^{\sqrt{2}-1}}.$$

- A** $\sqrt{2}$ **B** $2\sqrt{2}$ **C** 4 **D** 0 **E** alt răspuns

322

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+ax)^{\frac{1}{x}} - (1+x)^{\frac{a}{x}}}{x}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

- A** $\frac{a(1-a)}{2}$ **B** $a(1-a)$ **C** 0 **D** ae **E** $\frac{a(1-a)}{2}e^a$

323

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arcsin(\sin x)}{x}$$

- A** 0 **B** 1 **C** ∞ **D** $-\infty$ **E** nu există

324

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right] \text{ este:}$$

- A** 0 **B** ∞ **C** nu există **D** -1 **E** 1

325

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(ax^2 + bx + c)}{x^2 - 1}, \text{ unde } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ astfel încât } a + b + c = \pi, \text{ este:}$$

- A** $a + b$ **B** $\pi - a - b$ **C** $2a + b$ **D** $-\frac{2a+b}{2}$ **E** $2(a + b)$

326

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} \text{ este:}$$

- A** 0 **B** 1 **C** nu există **D** $\frac{1}{2}$ **E** ∞

327

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sqrt[3]{x+8} - 2}$$

- A** 3 **B** $\frac{1}{3}$ **C** $\frac{2}{3}$ **D** nu există **E** 0

328

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx}{x}$$

- A** $n(n+x)$ **B** n^2 **C** $\frac{n(n+1)}{2}$ **D** $(n+1)(n+2)$ **E** $n(n+3)$

329

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^m \operatorname{arctg} k^2 x}{\sum_{k=1}^m \ln(1+k^3 x)}$$

- A** $\frac{m(m+1)}{m+2}$ **B** $\frac{2}{3} \frac{2m+1}{m(m+1)}$ **C** $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$ **D** 0 **E** $\frac{\pi}{2e}$

330

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a_1^x a_2^{2x} \dots a_n^{nx} - 1}{x}, \quad a_1, a_2, \dots, a_n > 0, \quad \text{este:}$$

- A** $\ln(a_1 a_2 \dots a_n)$ **B** $\ln a_1 + \ln a_2 + \dots + \ln a_n$ **C** $\ln(a_1 a_2^2 \dots a_n^n)$ **D** $e^{a_1+2a_2+\dots+na_n}$
E $e^{a_1+a_2+\dots+a_n}$

331

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + \sqrt{x^2 - 1})^n + (2x - \sqrt{x^2 - 1})^n}{x^n}$$

- A** 2^n **B** $2^n - 3^n$ **C** 1 **D** $3^n + 1$ **E** 0

332

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right)$$

- A** ∞ **B** $-\infty$ **C** 0 **D** 1 **E** $\frac{1}{2}$

333

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + x + 1} \right)$$

- A** -1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2}$ **D** $-\frac{1}{2}$ **E** 1

334

$$\lim_{x \rightarrow 0} x e^{-\frac{1}{x}}$$

- A** 0 **B** e **C** $-\infty$ **D** nu există **E** 1

335

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x - ex \right)$$

- A** $-\frac{e}{2}$ **B** e **C** 0 **D** ∞ **E** 2e

Valoarea limitelor:

336 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^n - \sin^n x}{x^{n+2}}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2;$
A ∞ **B** 0 **C** $-\frac{n}{6}$ **D** $\frac{n}{6}$ **E** 1

337 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$
A e **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{e}{2}$ **D** $-\frac{1}{2}$ **E** 0

338 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\sin x) - x}{x^3}$
A $1/3$ **B** $1/6$ **C** ∞ **D** -1 **E** $\pi/2$

339 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}, a, b, c > 0,$
A $\sqrt[3]{abc}$ **B** nu există **C** $\ln abc$ **D** $\frac{a+b+c}{3}$ **E** 1

340 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right)^{\frac{1}{x}}$
A 1 **B** 0 **C** e **D** \sqrt{e} **E** $\frac{1}{\sqrt{e}}$

341 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$
A 1 **B** e^2 **C** $e^{\frac{3}{2}}$ **D** $e^{\frac{1}{2}}$ **E** e^3

342 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$
A $\sqrt[3]{2}$ **B** $\sqrt[3]{e}$ **C** e **D** e^{-1} **E** $e^{\frac{3}{2}}$

343 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + x + 1} \frac{\ln(e^x + x)}{x} \right)$ este:
A 0 **B** 1 **C** -1 **D** $-\frac{1}{2}$ **E** ∞

344 $\lim_{x \rightarrow 0} (a^x + x)^{\frac{1}{\sin x}}, a > 0,$ este:
A ae **B** $e^{\ln a}$ **C** a **D** 1 **E** e^a

345

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x^2)^{\frac{1}{\ln x}}$$

- A** 2 **B** e^2 **C** 1 **D** 2 **E** nu există

346

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \cdot \left(e^{\frac{1}{n+1}} - e^{\frac{1}{n}} \right):$$

- A** -1 **B** 1 **C** $-\infty$ **D** Limita nu există **E** e

347

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2(x) + \operatorname{tg}^2(2x) + \dots + \operatorname{tg}^2(nx))^{\frac{1}{n^3 x^2}} \right) \text{ este:}$$

- A** $e^{\frac{1}{3}}$ **B** e^3 **C** $\frac{1}{e}$ **D** 1 **E** ∞

348

Dacă $|a| > 1$, atunci limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + a^n}$ are valoarea:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** ∞ **E** limita nu există, pentru $a < -1$

349

Pentru ce valori ale parametrilor reali a și b avem

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b \right) = 0?$$

- A** $a = b = 1$ **B** $a = b = -1$ **C** $a = 2, b = 1$ **D** $a = 1, b = 2$ **E** $a = 2, b = \frac{3}{2}$

Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsin(x - \sqrt{1 - x^2})$, unde D este domeniul maxim de definiție.

350

Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției este:

- A** $[-1, 1]$ **B** $(-1, 1)$ **C** $(0, 1)$ **D** $[0, 1]$ **E** alt răspuns

351

Mulțimea punctelor de derivabilitate ale funcției este:

- A** $[-1, 1]$ **B** $[0, 1]$ **C** $[0, 1)$ **D** $(0, 1)$ **E** alt răspuns

352

Mulțimea punctelor în care funcția are derivată este:

- A** $[-1, 1]$ **B** $[0, 1]$ **C** $[0, 1)$ **D** $(0, 1)$ **E** alt răspuns

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcției f dacă:

353

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ și } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

- A** f este strict crescătoare **B** f este injectivă **C** f este surjectivă
D f este inversabilă **E** f nu este injectivă

354

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

- A** f este descrescătoare **B** f este injectivă **C** f este surjectivă
D f este inversabilă **E** f nu este injectivă

355

f este injectivă.

- A** f este surjectivă **B** f este strict monotonă **C** f are cel puțin două zerouri
D f este inversabilă **E** f este o funcție impară

356

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(e^x + x)^{n+1} - e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}, \quad n > 0, \quad \text{este:}$$

- A** 1 **B** $n + 1$ **C** 0 **D** ∞ **E** e

357

$$\text{Funcția } f \text{ definită prin } f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{nx} + x}{e^{nx} + 1}$$

- A** este definită numai pentru $x \leq 0$ **B** este definită și continuă pe \mathbb{R}
C este definită și derivabilă pe \mathbb{R} **D** este definită pe \mathbb{R} dar nu este continuă pe \mathbb{R}
E este definită numai pentru $x = 0$

358

$$\text{Fie funcția } f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n + x}{x^{2n} + 1}.$$

Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

- A** f nu e bine definită pe $(-\infty, -1)$ căci limita nu există. **B** f este continuă în 1.
C singurul punct de discontinuitate este $x = 1$. **D** f are limită în $x = -1$.
E f continuă pe $(-\infty, 1)$.

359

Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + x^{2n}}{1 + x + x^2 + \dots + x^{2n}}$$

este:

- A** \mathbb{R} **B** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ **C** \mathbb{R}^* **D** $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ **E** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

360

Ecuția $x^2 + 1 = me^{-\frac{1}{x}}$, unde m este un parametru real, are trei soluții reale și distincte dacă:

- A** $m = -1$ **B** $m = 2e$ **C** $m = \pi$ **D** $m = 3\sqrt{2}$ **E** $m = 7$

361

Ecuția $m e^{\frac{2}{x-1}} = x$, $m \in \mathbb{R}$, are două rădăcini reale și distincte dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

- A** $(0, \infty)$ **B** $(1, \infty)$ **C** $(-\infty, 1)$ **D** $(0, 1)$ **E** $(-1, 1)$

362

Fie funcția $f(x) = \frac{|x^3 - 1|}{ax^2 + bx}$. Valorile numerelor reale a și b pentru care dreapta $y = x + 4$ este asimptotă la ∞ sunt:

- A** $a = 4; b = 1$ **B** $a = 1; b = -4$ **C** $a = -4; b = 1$ **D** $a = 1; b = 4$
E $a = -1; b = -4$

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2 - x + 1}$.

363

Ecuția tangentei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

- A** $y - 2x + 1 = 0$ **B** $2y - 2x + 1 = 0$ **C** $y - 4x - 1 = 0$ **D** $4y - x + 1 = 0$
E $4y - 4x + 1 = 0$

364

Ecuția normalei la graficul funcției f în punctul în care graficul funcției intersectează axa Oy este:

- A** $2y - 2x + 1 = 0$ **B** $\frac{1}{4}y - 2x + 1 = 0$ **C** $y - x + 1 = 0$ **D** $y + \frac{1}{4}x - 1 = 0$
E $4y - x + 1 = 0$

365

Fie polinomul $P(x) = ax^3 + x^2 - bx - 6$, $a, b \in \mathbb{R}$. Valorile lui a și b pentru care polinomul $P(x+1) + P'(x)$ este divizibil cu $(x-1)$ și $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{x(bx+1)(x-1)} = \frac{1}{3}$ sunt:

- A** $a = -1, b = 2$ **B** $a = 1, b = 0$ **C** $a = 3, b = \frac{1}{2}$ **D** $a = 0, b = 0$
E nu există astfel de a și b

366

Funcția $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{1}{x}}}$, $x \in (0, \infty)$, admite asimptotă oblică de ecuație:

- A** $y = -x - 1$ **B** $y = -x + \frac{1}{2}$ **C** $y = -x + 1$ **D** $y = -x$ **E** $y = x$

367

Fie $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + bx + 2}{x^2 + 2x + c}$, D -domeniul maxim de definiție al lui f . Mulțimea tuturor valorilor $(b, c) \in \mathbb{R}^2$ pentru care funcția f are o singură asimptotă verticală și graficul lui f nu intersectează asimptota orizontală este:

- A** $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b \neq 0, c = 1\}$ **B** $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1\}$
C $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | b = 3, c = 1\}$ **D** $\{(b, c) \in \mathbb{R}^2 | c = 1, b = 2 \text{ sau } c = 1, b = 3\}$
E nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect

368

Graficul funcției $f : \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x - 3}$ admite:

- A** o asimptotă verticală și una orizontală **B** o asimptotă verticală și una oblică
C o asimptotă orizontală și una oblică **D** o asimptotă verticală și două oblice
E o asimptotă verticală și două horizontale

369

Valorile lui $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{(m-1)^2 x^2 + 1}}{3x + 2} = -1$ sunt:

- A** -2, 4 **B** -1, 3 **C** 2, 3 **D** -1, 4 **E** -2, 2

370

Funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-a}{x^2-b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, are pe domeniul maxim de definiție două asimptote verticale dacă și numai dacă:

- A** $a = b = 0$ **B** $a = 1, b = -1$ **C** $a = b = 1$ **D** $a = 2, b = 1$ **E** $b > 0, a^2 \neq b$

371

Abscisele punctelor în care graficele funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^6 \quad \text{și} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt:

- A** $\frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$ **B** $\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ **C** $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ **D** nu există **E** 0

372

Egalitatea

$$\arctg a + \arctg b = \arctg \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă și numai dacă numerele reale a și b satisfac condiția:

- A** $ab > 1$ **B** $ab < 1$ **C** $ab \neq 1$ **D** $ab > 0$ **E** $b = 0, a \in \mathbb{R}$

373

Numărul de valori ale parametrului real $a \in [0, 1]$ pentru care funcția $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - |x - a|$, este convexă pe $[0, 1]$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 4 **E** infinit

374

Fie $Q(x)$ câtul împărțirii polinomului $P(x) = 99(x^{101} - 1) - 101x(x^{99} - 1)$ la $(x - 1)^3$. Valoarea $Q(1)$ este:

- A** 9999 **B** 18000 **C** 5050 **D** 3333 **E** alt răspuns

375

Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este derivabilă și sunt verificate condițiile:

$f(0) = 2$, $f'(x) = 3f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Valoarea $f(\ln 2)$ este:

- A** 2 **B** 4 **C** 6 **D** 16 **E** 32

385

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?

- A** f nu e continuă în 0 **B** f este derivabilă în 0 **C** f nu are limită în 0
D $\exists \lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ **E** f are limită la $+\infty$, egală cu 1, și la $-\infty$, egală cu -1

386

Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} + \arcsin \frac{1}{x}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției f . Mulțimea valorilor funcției f este:

- A** $(-\infty, \frac{\pi}{2}]$ **B** \mathbb{R} **C** $(-\frac{\pi}{2}, \infty)$ **D** $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ **E** $(-\infty, -\frac{\pi}{2}] \cup [\frac{\pi}{2}, \infty)$

Se consideră funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + \sqrt{|x|} - x)$, unde D este domeniul maxim de definiție.

387

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sqrt{|x|}}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** -1 **D** e **E** ∞

388

$f'(\frac{1}{4})$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** -1 **D** $\frac{1}{2}$ **E** $-\frac{1}{2}$

389

Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

390

Valoarea lui a pentru care funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x|x - a|$, este derivabilă pe \mathbb{R} este:

- A** $a = 1$ **B** $a = -1$ **C** $a = 0$ **D** $a = 2$ **E** $a = -2$

391

Fie g și h două funcții derivabile pe \mathbb{R} și $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = g(x)|h(x)|$. Dacă $h(x_0) = 0$, atunci funcția f este derivabilă în x_0 dacă și numai dacă:

- A** $h'(x_0) = 0$ **B** $g(x_0) > 0$ **C** $g(x_0) = 0$ **D** $g(x_0)h'(x_0) = 0$ **E** alt răspuns

392

Funcția $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x^2 + b}, & 0 \leq x \leq 1 \\ \ln(x^2 - 3x + 3) + 2x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, este o funcție derivabilă pentru:

- A** $a = 6, b = 2$ **B** $a = 8, b = 3$ **C** $a = 8, b = 30$ **D** $a = 10, b = 4$ **E** $a - 2b = 1$

393

Derivata funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$, în punctul zero, este:

- A** ∞ **B** 0 **C** $1/3$ **D** 1 **E** nu există

394

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Valoarea lui $(f^{-1})'(3)$ este:

- A** 1 **B** -1 **C** $\frac{1}{3}$ **D** -2 **E** $\frac{1}{5}$

395

Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x - 1}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Valorile lui α și β pentru care f admite un extrem în punctul $M(0, 1)$ sunt:

- A** $\alpha = 1, \beta = -1$ **B** $\alpha = 0, \beta = 1$ **C** $\alpha = \beta = 2$ **D** $\alpha = 3, \beta = -1$
E $\alpha = -1, \beta = 1$

396

Se consideră funcția $f : [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2 + x + 1) & ; -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x|x^2 - 4|} & ; x > 0 \end{cases}.$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare și cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcției f . Atunci:

- A** $\alpha = 5, \beta = 0, \gamma = 2$ **B** $\alpha = 5, \beta = \gamma = 1$ **C** $\alpha = 5, \beta = 2, \gamma = 0$
D $\alpha - \beta = 4, \beta - \gamma = 1$ **E** $\alpha = 4, \beta = 0, \gamma = 2$

397

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + x^2) - x$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

- A** f e strict pozitivă pe \mathbb{R} **B** f e strict crescătoare pe \mathbb{R}
C f e strict negativă pe \mathbb{R} **D** f verifică inegalitatea $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty, 0)$
E f verifică inegalitatea $f(x) > 0, \forall x \in (0, \infty)$

398

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care ecuația $e^x - a = \ln(x + a)$ nu are nici o soluție este:

- A** \mathbb{R} **B** \emptyset **C** $(-\infty, 1)$ **D** $(0, 1)$ **E** $(1, \infty)$

399

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 4$. Valoarea lui $(f^{-1})'(4)$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{4}$ **D** $\frac{1}{116}$ **E** $\frac{1}{68}$

400

Dacă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o funcție cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât $f(2) = f'(2) = f''(2) = 2$, iar funcția $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este definită prin $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 3})$, atunci:

- A** $g(1) = g'(1) = 2$ **B** $g'(1) = \sqrt{2}$ **C** $g(1) + g''(1) \in \mathbb{N}$ **D** $g'(1) = g''(1) = 1$
E $g'(1) = 1, g''(1) = \frac{5}{4}$

Fie funcția f dată prin $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$

- 401** Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcției este:
A $\{0\}$ **B** $\{-1; 0; 1\}$ **C** \emptyset **D** $\{0; 2\}$ **E** $\{0; 1\}$
- 402** Mulțimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcției este:
A $\{0\}$ **B** $\{-1; 0; 1\}$ **C** \emptyset **D** $\{0; 2\}$ **E** $\{0; 1\}$

Fie $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție de două ori derivabilă astfel încât $f''(x) = \frac{1}{x}$, $\forall x > 0$ și $f(1) = f'(1) = 0$.

- 403** $f'(x)$ are expresia:
A $-\frac{1}{x^2}$ **B** $1 - \frac{1}{x^2}$ **C** $\frac{1}{x^2} - 1$ **D** $\ln x$ **E** Alt răspuns
- 404** $f(x)$ are expresia:
A $\frac{2}{x^3}$ **B** $\frac{2}{x^3} - 2$ **C** $x \ln x - x$ **D** $x \ln x + x - 1$ **E** Alt răspuns
- 405** Numărul soluțiilor reale ale ecuației $\ln x = 1 - \frac{1}{x}$ este:
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** Alt răspuns

Se dă funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2^{x^4} + 2^{x^2-1}$.

- 406** Care este valoarea lui $f(-1)$?
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5
- 407** Care este soluția inecuației $f(x) \leq 3$?
A \emptyset **B** $[-1, 1]$ **C** $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ **D** $(-\infty, -1]$ **E** alt răspuns
- 408** Numărul punctelor de extrem local ale funcției f este:
A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x^2}$

409 Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcției este egală cu:

- A** 25 **B** 1 **C** $5 + \sqrt{17}$ **D** 5 **E** $5 - \sqrt{17}$

410 Aria mărginită de graficul funcției f' , dreptele $x = -2$, $x = 1$ și axa OX este egală cu:

- A** $\frac{1}{e} - \frac{4}{e^2}$ **B** $\frac{4}{e^2} - \frac{1}{e}$ **C** $\frac{3}{e} - \frac{4}{e^4}$ **D** 1 **E** alt răspuns

411

Funcția $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \alpha x^2 + 1 - \ln(1+x)$, $\alpha \in \mathbb{R}$, are două puncte de extrem local pentru:

- A** $\alpha = -2$ **B** $\alpha = -1$ **C** $\alpha \in (-2, -1)$ **D** $\alpha > 2$ **E** $\alpha < -2$

412

Se dă funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 + 6x + m)$, unde m este un parametru real. Funcția f admite puncte de extrem pentru:

- A** $m \in (-\infty, 10]$ **B** $m \in (10, \infty)$ **C** $m \in \mathbb{R}$ **D** $m \in (-\infty, 10)$ **E** $m \in [10, \infty)$

413

Inegalitatea $a^x \geq x + 1$ are loc pentru orice $x \in \mathbb{R}$ dacă și numai dacă:

- A** $a = 1$ **B** $a = e$ **C** $a > 1$ **D** $a > e$ **E** $a < e$

414

Dacă ecuația $a^x = x$, cu $a > 1$ are o singură soluție reală atunci:

- A** $a = \frac{1}{e}$ **B** $a = e$ **C** $a = e^{\frac{1}{e}}$ **D** $a = e^e$ **E** $a = \frac{1}{e^e}$

415

Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care ecuația $a^x = x + 2$, are două soluții reale este:

- A** $(1, \infty)$ **B** $(0, 1)$ **C** $(\frac{1}{e}, e)$ **D** $(\frac{1}{e^e}, e^e)$ **E** $(e^{\frac{1}{e}}, \infty)$

416

Mulțimea valorilor pozitive ale lui a pentru care inegalitatea $a^x \geq x^a$, are loc pentru orice $x > 0$ este:

- A** $\{e\}$ **B** $(0, 1)$ **C** $(1, \infty)$ **D** $(\frac{1}{e}, 1)$ **E** $(1, e)$

417

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2} + \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ are proprietatea:

- A** este crescătoare pe \mathbb{R} **B** este descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ și crescătoare pe $[0, \infty)$
C este impară **D** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$
E graficul funcției f intersectează axa Ox într-un punct.

418

Să se determine un punct $P(x_0, y_0)$ pe curba a cărei ecuație este $y = (x - 2)\sqrt{x}$, $x > 0$, în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuație $2y = 5x + 2$.

- A** $P(4, 4)$ **B** $P(9, 21)$ **C** $P(1, -1)$ **D** $P(2, 0)$ **E** $P(3, \sqrt{3})$

419

Valoarea parametrului real a pentru care graficul funcției $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x + ax^2$, este tangent axei Ox este:

- A** $-\frac{1}{e}$ **B** e **C** $2e$ **D** $-e$ **E** 1

420

Funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + a}$, $a > 0$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 1$ sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

- A** $a = 1 + e$ **B** $a = 0$ **C** $a = 1$ **D** $a = e - \pi$ **E** $a = -1$

421

Ecuația tangentei la graficul funcției $f(x) = \ln \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}$ în punctul de abscisă $x = 2$ este:

- A** $x - 7y - 2 = 0$ **B** $x - 6y - 2 = 0$ **C** $x - 5y - 2 = 0$ **D** $x - 4y - 2 = 0$
E $x - 3y - 2 = 0$

422

Graficele funcțiilor $f(x) = ax^2 + bx + 2$ și $g(x) = \frac{x-1}{x}$ au tangentă comună în punctul de abscisă $x_0 = 1$ dacă:

- A** $a + b = -1$ **B** $a = 0, b = 1$ **C** $a = 1, b = -2$ **D** $a = 3, b = -5$
E $a = 3, b = -4$

423

Tangenta la graficul funcției $f(x) = (a \sin x + b \cos x)e^x$ în punctul $(0, f(0))$ este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

- A** $a = b = 1$ **B** $a = 2, b = 1$ **C** $a - b = 1$ **D** $a + b = 1$ **E** $a^2 + b^2 = 1$

424

Fie x_1 cea mai mică rădăcină a ecuației $x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0$. Atunci $\lim_{m \rightarrow \infty} x_1$ este:

- A** 1 **B** $\frac{3}{2}$ **C** 0 **D** $-\frac{1}{2}$ **E** -1

425

Mulțimea valorilor parametrului real a pentru care ecuația $ax - \ln|x| = 0$ are trei rădăcini reale distincte este:

- A** $(-\infty, 0)$ **B** $(0, 1)$ **C** $(-e^{-1}, 0) \cup (0, e^{-1})$ **D** (e^{-1}, ∞) **E** \emptyset

Fie funcția $f : (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-x^2}.$$

426 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ este:

- A** π **B** 0 **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** -1 **E** ∞

427 Mulțimea valorilor funcției este:

- A** $\{-\pi, 0, \pi\}$ **B** $\{0\}$ **C** \mathbb{R} **D** $(-1, \infty)$ **E** $(0, \infty)$

428

Mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care este adevărată egalitatea

$$2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2} = \pi$$

este:

- A** $(0, \infty)$ **B** $(-\infty, -1) \cup [1, \infty)$ **C** $[1, \infty)$ **D** $[-1, 1]$ **E** $[2, \infty)$

Fie $f(x) = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{arctg} |x|$.

429 Domeniul maxim de definiție al funcției este :

- A** $[-1, 1]$ **B** $(-1, 1)$ **C** \mathbb{R} **D** \mathbb{R}^* **E** $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

430 $f(\pi)$ este:

- A** 1 **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** π **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E** $\frac{\pi}{2}$

431 Funcția este strict descrescătoare pe:

- A** \mathbb{R} **B** $(-1, 0)$ **C** $(0, 1)$ **D** $(-\infty, -1)$ **E** $(-\infty, -1]$

432

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*$ o funcție care admite primitive și verifică relațiile $\cos f(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}$ și $|f(\pi) - \pi| \leq \pi$. $f(100)$ este:

- A** 16π **B** 8π **C** 4π **D** 2π **E** 0

433

O primitivă a funcției $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$, este:

- A** $\arccos \sqrt{x}$ **B** $\arcsin \sqrt{x}$ **C** $\arccos \frac{1}{x}$ **D** $\arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}$ **E** $\operatorname{arctg} \sqrt{x}$

434

Mulțimea primitivelor funcției $f : \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$, este:

- A** $x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ **B** $-x \operatorname{ctg} x + \ln \cos x + c$ **C** $x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + c$
D $-x \operatorname{tg} x - \ln(-\cos x) + c$ **E** $x \operatorname{tg} x + \ln(-\cos x) + c$

435

Mulțimea primitivelor funcției $f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \sin x}$, este:

- A** $x + \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ **B** $\frac{1}{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ **C** $x + 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$ **D** $\frac{2}{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$ **E** $x + \frac{2}{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}} + c$

436

O primitivă a funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$ este:

- A** $\arcsin e^x$ **B** $\arccos e^x$ **C** $\operatorname{arctg} x$ **D** $\ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1})$ **E** $2\sqrt{e^{2x} - 1}$

437

Mulțimea primitivelor funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$ este:

- A** $\ln \frac{\sqrt{e^x + 1} - 1}{\sqrt{e^x + 1} + 1} + c$ **B** $\ln \frac{1}{\sqrt{e^x + 1} + 1} + c$ **C** $2\sqrt{e^x + 1} + c$
D $-\ln(\sqrt{e^{-x} + 1} + e^{-x/2}) + c$ **E** $\ln(\sqrt{e^x + 1} - e^x) + c$

438

Mulțimea primitivelor funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x^3 + 1)}$ este:

- A** $\ln x - \ln(x^3 + 1) + c$ **B** $\ln \frac{x^3}{x^3 + 1} + c$ **C** $\frac{1}{3} \ln \frac{x^3}{x^3 + 1} + c$
D $\ln x + \operatorname{arctg} x + c$ **E** $\ln x \ln(x + 1) + c$

439

Mulțimea primitivelor funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x(x^2 - 2x + 1)}{(x^2 + 1)^2}$ este:

- A** $e^x \operatorname{arctg} x + c$ **B** $e^x(1 + x^2)^{-1} + c$ **C** $\frac{xe^x}{x^2 + 1} + c$ **D** $\frac{x^2 e^x}{x^2 + 1} + c$ **E** $\frac{(x+1)e^x}{x^2 + 1} + c$

440

Mulțimea primitivelor funcției $f : (-\infty, -1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ este:

- A** $\arccos \frac{1}{x} + c$ **B** $\arcsin \frac{1}{x} + c$ **C** $-\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} + c$ **D** $\ln \sqrt{x^2 - 1} + c$
E $\operatorname{arctg} \frac{1}{x} + c$

441

Mulțimea primitivelor funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^x + \cos x}{e^x + \cos x + \sin x},$$

este:

- A** $\ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ **B** $x + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$
C $\frac{x}{2} + \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$ **D** $\frac{1}{2}[x + \ln(e^x + \cos x + \sin x)] + c$
E $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln(e^x + \cos x + \sin x) + c$

442

$$\int_{-2}^0 \frac{x}{\sqrt{e^x + (x+2)^2}} dx \text{ este:}$$

- A** -1 **B** -2 **C** -e **D** 2 - e **E** alt răspuns

443

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$$

- A** $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$ **B** $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$ **C** $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$ **D** $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$ **E** $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

444

Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$
are primitive dacă și numai dacă:

- A** $a = 0$ **B** $a = 1$ **C** $a = -1$ **D** $a > 0$ **E** $a < 0$

445

Fie $F : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ astfel ca: $F'(x) = \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$, $F(-1) = 1$ și $F(1) = 0$. Atunci $F(e) + F(-e)$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** nu există o astfel de funcție F

Fie F o primitivă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$.

446

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x F(x)}{e^{x^2}} \text{ este:}$$

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** ∞ **E** e

447

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x F(x)}{e^{x^2}} \text{ este:}$$

- A** ∞ **B** 1 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 0 **E** e

448

Integrala $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}} dx$ este:

- A** $-\frac{1}{16} - \ln \frac{15}{16}$ **B** $\ln 3 - 1$ **C** $\ln \frac{3}{4} - 1$ **D** $-\frac{1}{4} + \arctg \frac{1}{4}$ **E** $\frac{1}{4}$

449

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x \frac{dt}{2 + \cos t}$$

- A** 0 **B** nu există **C** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **D** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **E** ∞

450

$$\int_{-5}^5 (2x - 1) \operatorname{sgn} x \, dx$$

- A** 0 **B** -50 **C** 10 **D** 15 **E** 50

451

$$\int_0^2 \frac{2x^3 - 6x^2 + 9x - 5}{(x^2 - 2x + 5)^n} \, dx$$

- A** 1 **B** -1 **C** 0 **D** $\frac{2}{n}$ **E** $\frac{n}{2}$

452

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2} \, dx$$

- A** $\frac{\pi}{4} + 1$ **B** $\pi + \frac{1}{2}$ **C** $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ **D** $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}$ **E** $\pi + \frac{1}{4}$

453

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{3-x}} \, dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{3}{2}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $\frac{4}{3}$ **D** $\frac{3}{4}$ **E** $\frac{5}{3}$

454

$$\int_3^8 \frac{dx}{x-1 + \sqrt{x+1}}$$

- A** $\frac{2}{3} \ln \frac{25}{8}$ **B** $\ln 3$ **C** 5 **D** $\sqrt{11}$ **E** $3 \operatorname{arctg} \sqrt{3} - 2$

455

$$\int_{\sqrt{e}}^e \frac{\ln x}{x} \, dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{3}{8}$ **B** $\frac{3}{4}$ **C** $\frac{e}{2}$ **D** $\frac{2}{e}$ **E** $\frac{1}{8}$

456

Dacă funcția polinomială $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ verifică egalitățile:

$$P(1) + \dots + P(n) = n^5, \quad n = 1, 2, \dots, \text{ atunci integrala } \int_0^1 P(x) \, dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{3}$ **C** $\frac{1}{4}$ **D** 1 **E** 0

457

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x}{\cos^3 x} \, dx$$

- A** $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}$ **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ **D** $\frac{\pi}{2} - 1$ **E** $\frac{\pi}{8} - 2$

458

Să se calculeze $\int_0^{2\pi} \sin(mx) \cos(nx) dx$, unde m și n sunt două numere întregi.

- A** 0 **B** $m\pi$ **C** π **D** 1 **E** $(n+m)\pi$

459

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$$

- A** $\operatorname{arctg} e$ **B** $\frac{\pi}{2}$ **C** $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$ **D** 0 **E** $\operatorname{arctg} e + \pi$

460

$$\int_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|} dx$$

- A** $\frac{4014}{e}(e-1)$ **B** $\frac{4016}{e}(e-1)$ **C** ∞ **D** $\frac{2}{e}(e-1)$ **E** $2006 - \frac{2006}{e}$

461

$$\int_{-1}^2 \min\{1, x, x^2\} dx$$

- A** $\frac{6}{5}$ **B** $\frac{5}{6}$ **C** $\frac{3}{4}$ **D** $\frac{4}{3}$ **E** 0

462

Integrala $\int_1^e \ln x dx$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 0 **D** $e-1$ **E** $e-2$

463

Integrala $\int_1^e \ln^2 x dx$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 0 **D** $e-1$ **E** $e-2$

464

Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x dx$.

- A** $\frac{1-\ln 2}{2}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{1}{2} \ln 2$ **D** $\ln 2$ **E** 1

465

Soluția ecuației $\int_0^x t e^t dt = 1$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 0 **D** $e-1$ **E** $e-2$

466

$$\int_1^{2e} |\ln x - 1| dx$$

- A** $2 \ln 2$ **B** $2(e \ln 2 - 1)$ **C** $e \ln 2$ **D** 1 **E** $\ln 2 - 1$

467

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x \, dx$$

- A** π **B** $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **C** $\frac{2\pi}{3}$ **D** $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **E** $\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}$

468

$$\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} \, dx$$

- A** $\frac{3}{2}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** 1 **D** $\frac{5}{2}$ **E** 2

469

Să se calculeze $\int_0^a \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}} \, dx$, unde $a > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$

- A** $\frac{1}{2na}$ **B** $\frac{n}{2a}$ **C** $\frac{a}{2n}$ **D** $2an$ **E** $\frac{2a}{n}$

470

$$\int_{-1}^1 \sin x \ln(2+x^2) \, dx$$

- A** 0 **B** $\ln 2$ **C** 1 **D** $\frac{\pi}{2}$ **E** $\ln 3$

471

$\int_0^1 x \ln(1+x) \, dx$ este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{2} \ln 2$ **C** $\ln 2$ **D** $\frac{1}{4}$ **E** $\frac{1}{4} \ln 2$

472

$\lim_{a \rightarrow 1} \int_0^a x \ln(1-x) \, dx$, $a \in (0, 1)$:

- A** 0 **B** $-\frac{1}{4}$ **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $-\frac{3}{4}$ **E** -1

473

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 \cos x + 3}$ este:

- A** 0 **B** $\frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{5}}$ **C** $\operatorname{arctg} \sqrt{5}$ **D** $\operatorname{arctg} \frac{2}{\sqrt{5}}$ **E** $\frac{1}{\sqrt{5}}$

474

$\int_0^{4\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x}$ este:

- A** $\frac{4\pi}{3}$ **B** 0 **C** $\frac{4}{5}\pi$ **D** $\frac{5}{4}\pi$ **E** π

475

Integrala $\int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left[\frac{1}{x} \right] dx$, $n \in \mathbb{N}^*$ este:

- A** $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$ **B** 0 **C** $3n$ **D** $\frac{4n}{5n+1}$ **E** $6n$

476

Valoarea lui $I_n = \int_1^n \frac{dx}{x + [x]}$ este:

- A** $\ln \frac{2n-1}{2}$ **B** $\ln \frac{3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots (2n-2)}$ **C** $\ln 2 - \ln(2n-1)$ **D** $\frac{1}{2} \ln x$ **E** $\frac{1}{2} \ln n$

477

Fie n un număr natural nenul. Să se calculeze $\int_0^1 \{nx\}^2 dx$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului a .

- A** 1 **B** $\frac{1}{n}$ **C** $\frac{1}{3}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{1}{4}$

478

Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}^{n+2} x + \operatorname{tg}^n x) dx$, unde $n > 0$, este:

- A** $\frac{1}{n+1}$ **B** $\frac{1}{n}$ **C** $\pi/4$ **D** $n + \frac{\pi}{4}$ **E** 1

479

Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}^9 x + 5 \operatorname{tg}^7 x + 5 \operatorname{tg}^5 x + \operatorname{tg}^3 x) dx$ este:

- A** $\frac{24}{25}$ **B** $\frac{\pi}{24}$ **C** $\frac{25}{24}$ **D** $\frac{\pi}{25}$ **E** 1

480

Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$ este:

- A** $\frac{\pi}{4}$ **B** $\frac{\pi}{3}$ **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{1}{3}$ **E** 1

481

$\int_0^{2\pi} \cos^2(nx) dx$, unde n este un număr natural nenul, este:

- A** 0 **B** π **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** $\frac{\pi}{n}$ **E** $n\pi$

482

Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $L(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [ne^{ax}] dx$, atunci mulțimea soluțiilor inecuației $L(a) \leq e$ este:

- A** $\{0, 1\}$ **B** $\{1, 2\}$ **C** \emptyset **D** $\{0\}$ **E** \mathbb{N}^*

483

Limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^{2n} \frac{k^2}{8} \arcsin \frac{k}{2n}$ este:

- A** 0 **B** $\frac{\pi}{3}$ **C** $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$ **D** $-\frac{\pi}{3}$ **E** 1

484

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

- A** $\frac{\pi^2}{4}$ **B** $\frac{\pi^2-4}{16}$ **C** $\frac{\pi^2}{4} - 1$ **D** $\frac{\pi}{2}$ **E** alt rezultat

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(a) = \int_0^1 |x - a| \, dx$.

485

Valoarea $f(2)$ este:

- A** $-\frac{5}{2}$ **B** 0 **C** $\frac{x^2}{2} - 1$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{3}{2}$

486

Valoarea $f'(2)$ este:

- A** 1 **B** 0 **C** x **D** $-\frac{1}{2}$ **E** $\frac{3}{2}$

487

Valoarea minimă a funcției este:

- A** 0 **B** $\frac{1}{4}$ **C** $\frac{1}{6}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $-\frac{1}{4}$

488

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin(2x)}{\sin^4 x + \cos^4 x} \, dx \text{ este:}$$

- A** $\frac{\pi}{4}$ **B** 2 **C** 0 **D** π **E** 1

489

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$$

- A** 1 **B** $\frac{1}{3}$ **C** 2 **D** $\frac{2}{3}$ **E** $\frac{4}{3}$

490

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x| \, dx$$

- A** 1 **B** $2(\sqrt{2} - 1)$ **C** $2\sqrt{2}$ **D** $2 - \sqrt{2}$ **E** 3

491

$$\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x) \, dx$$

- A** $\frac{\pi^2}{4}$ **B** $8\pi^2$ **C** 1 **D** 2π **E** $\frac{\pi^2}{2}$

492

$$\int_0^{\pi} \arcsin(\cos^3 x) \, dx$$

- A** $\frac{\pi^2}{4}$ **B** 0 **C** 1 **D** $\frac{\pi^2}{8}$ **E** $\frac{\pi^2}{6}$

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sin^{2n} x}{\cos^{2n} x + \sin^{2n} x}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$ este fixat.

493

Funcția f este o funcție periodică având perioada principală egală cu:

- A** 2π **B** $\frac{\pi}{2}$ **C** π **D** $\frac{\pi}{4}$ **E** alt răspuns

494

Funcția $f + c$, $c \in \mathbb{R}$, are o primitivă periodică dacă și numai dacă c are valoarea:

- A** π **B** $-\frac{1}{2}$ **C** $-\frac{\pi}{4}$ **D** $-\pi$ **E** 2π

495

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\pi/3} \frac{\sin^n x}{\sin^n x + \cos^n x} \, dx$$

- A** $\frac{\pi}{12}$ **B** $\frac{\pi}{8}$ **C** $\frac{\pi}{6}$ **D** 0 **E** ∞

496

$$\int_0^{2\pi} \frac{x \sin^{100} x}{\sin^{100} x + \cos^{100} x} \, dx$$

- A** 0 **B** $\frac{\pi^2}{4}$ **C** $\frac{\pi^2}{2}$ **D** 2π **E** π^2

497

Se consideră funcțiile: $f_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{1}{x(x^n + 1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și fie $F_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ primitiva funcției f_n al cărei grafic trece prin punctul $A(1, 0)$. Soluția inecuației $|\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(x)| \leq 1$ este:

- A** $(0, e]$ **B** $[\frac{1}{\sqrt{e}}, e]$ **C** $[\frac{1}{e}, e]$ **D** $[\frac{1}{e}, \infty)$ **E** \emptyset

498

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x t^2 e^{-t} \, dt$$

- A** 0 **B** $\ln 3$ **C** 2 **D** 1 **E** ∞

499

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_1^n \frac{x-1}{x+1} dx$$

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** e **E** ∞

Fie $I_n = \int_0^1 x^{2004} \cos(nx) dx$, $n \in \mathbb{N}$.

500

Limita șirului (I_n) este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** $\cos 1$ **E** nu există

501

Limita șirului $(n I_n)_{n \geq 0}$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** $\cos 1$ **E** nu există

Să se calculeze:

502

$$\int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} dx;$$

- A** $-\frac{3}{4e^2}$ **B** $\frac{3}{4e^2}$ **C** $\frac{1}{e}$ **D** $\frac{1}{e^2}$ **E** $-\frac{1}{2e^2}$

Fie $I = \int_0^1 \frac{x}{1+x+x^2+x^3} dx$ și $J = \int_0^1 \frac{1+x+x^2}{1+x+x^2+x^3} dx$. Atunci

503

I este:

- A** $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ **B** $\frac{\pi}{8} + \frac{\ln 2}{4}$ **C** $\frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ **D** $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$ **E** $\frac{\pi}{4} + \ln 2$

504

J este:

- A** $\frac{\pi}{8} + \frac{3 \ln 2}{4}$ **B** $\frac{\pi}{8} - \frac{\ln 2}{4}$ **C** $\frac{\pi}{2} + \frac{3 \ln 2}{2}$ **D** $\frac{\pi}{2} - \frac{3 \ln 2}{2}$ **E** $\frac{\pi}{4} - \ln 2$

505

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \int_n^{n+3} \frac{x^3}{x^6 + 1} dx$$

- A** 0 **B** ∞ **C** 1 **D** $\frac{1}{2}$ **E** 3

506

Se consideră șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $a_0 = -1$, $a_{n+1} = 2 + \int_{a_n}^1 e^{-x^2} dx$, $n = 0, 1, \dots$

Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată?

- A** $(a_{n+1} - a_n)(a_n - a_{n-1}) \leq 0$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ **B** $a_n \geq 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ **C** $a_n \leq 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$
D șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este crescător **E** șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este descrescător

507

Fie $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^{x^2} e^{t^3} dt$. Atunci $F'(2)$ este:

- A** $4e^{64}$ **B** e^8 **C** $12e^8$ **D** $3e^2$ **E** $12e^6$

Fie $f_n : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \int_0^{x^2} t^n \cdot e^t dt$, $n \in \mathbb{N}^*$.

508

$f_1(x)$ este:

- A** $e^{x^2}(x^2 - 1) + 1$ **B** $e^{x^2}(x^2 + 1) + 1$ **C** $e^{x^2}(x^2 + 1) - 1$ **D** $e^{x^2}x^2 + 1$ **E** e^{x^2}

509

$f'_n(1)$ este:

- A** e **B** $2e$ **C** $2e - 1$ **D** $e - 1$ **E** $e + 1$

510

$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$ este:

- A** e **B** 1 **C** 0 **D** ∞ **E** e^2

511

$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} \int_t^{2t} \frac{\ln(1+x)}{\sin x} dx$

- A** ∞ **B** 0 **C** 1 **D** 2 **E** $\frac{\ln 2}{\sin 1}$

512

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [nx] dx$

- A** 1 **B** ∞ **C** 0 **D** $\frac{1}{2}$ **E** 2

513

$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + x + 1}}$ este:

- A** $\ln \pi$ **B** 0 **C** 1 **D** $\ln 2$ **E** $\ln 3$

514

Aria domeniului mărginit de axa Ox , curba $y = \ln x$ și de tangenta la această curbă care trece prin origine este:

- A** e **B** $\frac{e}{2} - 1$ **C** $\frac{e}{2}$ **D** $e - 1$ **E** $2e$

515

Aria cuprinsă între axa Ox , dreptele $x = 0$ și $x = \pi$ și graficul funcției $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}$ este egală cu:

- A** $\frac{\pi^2}{2}$ **B** $\frac{\pi^2}{6}$ **C** $\frac{\pi^2}{4}$ **D** $\frac{\pi^2}{8}$ **E** $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$

Se consideră integrala $I = \int_0^\pi x f(\sin x) dx$, unde f este o funcție continuă pe un interval ce conține $[0, 1]$.

516

Are loc egalitatea:

- A** $I = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$ **B** $I = \pi \int_0^\pi f(\sin x) dx$ **C** $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$
D $I = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$ **E** $I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$

517

$I_1 = \int_0^\pi \frac{x \sin x dx}{1 + \sin^2 x}$ este:

- A** $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln(3 + 2\sqrt{2})$ **B** $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(3 + 2\sqrt{2})$ **C** $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(3 - 2\sqrt{2})$ **D** $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \ln(3 - 2\sqrt{2})$
E $\frac{\pi}{2} \ln(3 + \sqrt{2})$

518

Aria domeniului mărginit de graficul funcției $f : [0, \frac{3\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x},$$

axa Ox și dreptele $x = 0$ și $x = \frac{3\pi}{4}$, este:

- A** $\frac{\pi}{4}$ **B** $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$ **C** 2π **D** $\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - 2$ **E** 0

Fie $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ inversa funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$.

519

$g(1)$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** 1 **D** ∞ **E** $\frac{1}{3}$

520

Limita $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{g(e^x)}$ este:

- A** 1 **B** $\frac{1}{2}$ **C** 2 **D** $\frac{3}{2}$ **E** 0

521

Integrala $\int_1^{1+e} g(t) dt$ este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $e + \frac{1}{2}$ **C** $2e + \frac{3}{2}$ **D** $\frac{3}{2}$ **E** $e + 1$

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - e^{-x}$ și fie g inversa lui f .

522 $f'(x)$ are expresia:

- A** $1 + e^x$ **B** $1 + e^{-x}$ **C** xe^{-x} **D** $1 - e^{-x-1}$ **E** e^{-x-1}

523 $g'(-1)$ este:

- A** 0 **B** -1 **C** 2 **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{1}{e}$

524 $\int_0^1 f(x) dx$ este:

- A** $\frac{1}{e} - \frac{1}{2}$ **B** $\frac{3}{2} - \frac{1}{e}$ **C** $\frac{1}{2} - \frac{1}{e}$ **D** $\frac{1}{e} - \frac{3}{2}$ **E** $\frac{3}{2} + \frac{1}{e}$

525 $\int_{-1}^{1-1/e} g(x) dx$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** $\frac{3}{2} - \frac{2}{e}$ **D** $\frac{3}{2} + \frac{1}{e}$ **E** $\frac{1}{e} - \frac{1}{2}$

526

$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n} dx$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{3}{4}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{1}{4}$

527

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{nx}) dx$ este:

- A** 0 **B** e **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\ln 2$ **E** $\frac{1}{3}$

528

Mulțimea tuturor valorilor lui $a > 0$, pentru care

$$\int_a^b \frac{\ln x}{x + ab} dx \geq 0, \quad \forall b > 0,$$

este:

- A** $\{1\}$ **B** \emptyset **C** $(0, 1)$ **D** $\{e\}$ **E** $(0, \infty)$

529

Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x . Atunci, $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^\pi \{-x\}^n dx$ este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** alt răspuns

530

$\lim_{t \rightarrow 0} \int_{2^t}^{3^t} \frac{x}{\ln x} dx$ este:

- A** 0 **B** nu există **C** $\ln \frac{\ln 3}{\ln 2}$ **D** $\ln \frac{3}{2}$ **E** $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

531

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_{-1}^0 (x + e^x)^n dx \text{ este:}$$

- A** e **B** 0 **C** ∞ **D** $1 + e$ **E** $1/2$

532

$$\int_1^3 \frac{\ln x}{x^2 + 3} dx$$

- A** $\frac{\pi \ln 3}{3\sqrt{3}}$ **B** $\frac{\pi \ln 3}{12\sqrt{3}}$ **C** $\frac{\pi \ln 6}{6\sqrt{3}}$ **D** $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ **E** alt răspuns

533

$$\int_0^2 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 2x + 2} dx$$

- A** π **B** 2π **C** $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ **D** 0 **E** 1

534

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + x + 1} dx$$

- A** $\frac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$ **B** $\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ **C** $\frac{\pi^2}{6}$ **D** 0 **E** ∞

535

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \frac{dx}{1 + n^2 \cos^2 x}$$

- A** 0 **B** π **C** ∞ **D** limita nu există **E** alt răspuns

Următoarele enunțuri teoretice pot fi utile pentru rezolvarea unor probleme din culegere.

536

Fie $x_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$, astfel ca

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^n < 1.$$

Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$.

537

Fie $f : [0, b-a] \rightarrow (0, \infty)$ o funcție continuă și $a < b$. Atunci

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a) + f(b-x)} dx = \frac{b-a}{2}.$$

538

Fie $f : (-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă. Atunci,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_a^1 x^n f(x) dx = f(1), \quad -1 < a < 1.$$

539

Fie $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ continuă. Atunci,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 x^n f(x^n) dx = \int_0^1 f(t) dt.$$

540

Dacă $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ este continuă și are perioada $T > 0$, atunci

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(nx) dx = \frac{1}{T} \int_0^T f(x) dx.$$

541

Fie $a, b > 0$. Dacă $f : [-b, b] \rightarrow \mathbb{R}$ este o funcție continuă pară, atunci

$$\int_{-b}^b \frac{f(x)}{a^x + 1} dx = \int_0^b f(x) dx.$$

* * *

542

Fie punctele $A(\lambda, 1)$, $B(2, 3)$, $C(3, -1)$. Să se determine λ astfel încât punctul A să se afle pe dreapta determinată de punctele B și C .

- A** 2 **B** 3 **C** $\frac{5}{2}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $\frac{2}{3}$

543

Dreptele $4x - y + 2 = 0$, $x - 4y - 8 = 0$, $x + 4y - 8 = 0$ determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

- A** $(\frac{6}{5}, 0)$ **B** $(\frac{6}{5}, 1)$ **C** $(\frac{5}{6}, 0)$ **D** $(\frac{5}{6}, 1)$ **E** $(\frac{6}{5}, \frac{5}{6})$

544

Triunghiul ABC are latura $[AB]$ pe dreapta $4x + y - 8 = 0$, latura $[AC]$ pe dreapta $4x + 5y - 24 = 0$, iar vârfurile B și C pe axa Ox . Ecuația medianei corespunzătoare vârfului A este:

- A** $2x + 3y = 0$ **B** $3x + 2y = 0$ **C** $5x + y = 9$ **D** $4x + 3y - 16 = 0$
E $x + 4y - 17 = 0$

545

Se dau punctele $A(2, 1)$ și $B(0, -1)$. Ecuația simetricii dreptei AB față de dreapta OA este:

- A** $x + 2y - 1 = 0$ **B** $3x - 7y + 1 = 0$ **C** $2x + y + 5 = 0$ **D** $x + y + 1 = 0$
E $x - 7y + 5 = 0$

546

Fie triunghiul ABC , unde $B(-4, -5)$. Ecuația înălțimii duse din A este $5x + 3y - 4 = 0$. Ecuația dreptei BC este:

- A** $5y - 3x + 13 = 0$ **B** $3x - 5y + 37 = 0$ **C** $y = -5$ **D** $x + y - 2 = 0$ **E** $y - 2x = 3$

547

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3, 4)$, $B(-3, -4)$ și $C(3, -4)$. Coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC sunt:

- A** (1, 1) **B** (-1, 0) **C** (0, 0) **D** (0, 1) **E** (0, -1)

548

Fie C simetricul punctului $A(-1, -3)$ față de punctul $B(2, 1)$. Care sunt coordonatele punctului C ?

- A** (5, 5) **B** (4, 5) **C** (6, 5) **D** (5, 6) **E** (4, 6)

549

Fie punctele $A(0, 2)$ și $B(3, 3)$. Notăm cu P proiecția punctului $O(0, 0)$ pe dreapta AB . Care sunt coordonatele punctului P ? Care este aria triunghiului OAB ?

- A** $(-\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}); 3$ **B** $(-\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}); 6$ **C** $(\frac{3}{5}, -\frac{9}{5}); 3$ **D** $(-\frac{3}{5}, \frac{9}{5}); 3$ **E** $(-\frac{3}{5}, \frac{9}{5}); 6$

550

Fie $A(0, -1)$, $d_1 : x - y + 1 = 0$ și $d_2 : 2x - y = 0$. Coordonatele punctelor $B \in d_1$ și $C \in d_2$ pentru care dreptele d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC sunt:

- A** (0, 1), (3, 6) **B** (0, 1), (0, 1) **C** (-1, 0), (1, 1) **D** (0, 0), (-1, 1)
E (-1, -1), (1, 1)

551

Fie dreptele

$$(AB) : x + 2y - 1 = 0$$

$$(BC) : 2x - y + 1 = 0$$

$$(AC) : 2x + y - 1 = 0$$

care determină triunghiul ABC . Bisectoarea unghiului B are ecuația:

- A** $x - 3y + 2 = 0$ **B** $x + y - 1 = 0$ **C** $3x - y + 2 = 0$ **D** $x - y + 1 = 0$
E $x - y + 5 = 0$

552

Pentru ce valori ale parametrului α ecuațiile $3\alpha x - 8y + 13 = 0$, $(\alpha + 1)x - 2\alpha y - 5 = 0$ reprezintă două drepte paralele:

- A** $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = \frac{1}{3}$ **B** $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = -\frac{1}{3}$ **C** $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = \frac{2}{3}$
D $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = -\frac{2}{3}$ **E** $\alpha_1 = \frac{1}{2}, \alpha_2 = 3$

553

Se consideră în plan punctele $A(0, 0)$, $B(2, 0)$ și dreapta de ecuație $d : x - 2y + 10 = 0$. Valoarea minimă a sumei $S(M) = MA + MB$, când punctul M parcurge dreapta d este:

- A** 2 **B** 10 **C** $\sqrt{101}$ **D** $\sqrt{98}$ **E** $7\sqrt{2}$

554

Dreapta care trece prin $C(1, 2)$, neparalelă cu AB față de care punctele $A(-1, 1)$ și $B(5, -3)$ sunt egal depărtate, are ecuația:

- A** $3x + y - 5 = 0$ **B** $2x + y - 4 = 0$ **C** $3x + 2y - 6 = 0$ **D** $2x + 3y - 4 = 0$
E $2x + 3y - 6 = 0$

555

Fie punctele $A(1, 1)$, $B(2, -3)$, $C(6, 0)$. Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

- A** (4, 4) **B** (5, 4) **C** (3, 5) **D** (3, 3) **E** (4, 5)

556

Raza cercului care trece prin punctele $A(-4, 0)$, $B(4, 4)$, $O(0, 0)$ este:

- A** 6 **B** 7 **C** 8 **D** $2\sqrt{10}$ **E** $3\sqrt{5}$

557

Laturile AB , BC , CA ale triunghiului ABC au respectiv ecuațiile:

$$x + 21y - 22 = 0, \quad 5x - 12y + 7 = 0, \quad 4x - 33y + 146 = 0.$$

Distanța de la centrul de greutate al triunghiului ABC la latura BC este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

Se dau punctele $A(0, 1)$, $B(-1, 0)$, $C(6, 2)$, și $D(1, 1)$.

558

Simetricul punctului C față de dreapta AB este:

- A** $C'(-6, 2)$ **B** $C'(6, -2)$ **C** $C'(-6, -2)$ **D** $C'(1, 7)$ **E** $C'(1, 4)$

559

Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM + MC$ este minimă sunt:

- A** (1, -3) **B** (1, 2) **C** (-1, 2) **D** (1, 3) **E** (2, 3)

560

Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM^2 + MC^2$ este minimă sunt:

- A** (3, 4) **B** $(\frac{7}{4}, \frac{15}{4})$ **C** (2, 3) **D** $(\frac{7}{3}, 3)$ **E** (3, 5)

Se consideră în planul xOy punctele $S(0, 12)$, $T(16, 0)$ și $Q(x, y)$ un punct variabil situat pe segmentul $[ST]$. Punctele P și R aparțin axelor de coordonate astfel încât patrulaterul $OPQR$ să fie dreptunghi.

561

Ecuția dreptei ST este:

- A** $3x + 4y - 48 = 0$ **B** $-3x - 4y + 12 = 0$ **C** $3y - 4x - 36 = 0$ **D** $3x - y + 12 = 0$
E $y - 4x + 64 = 0$

562

Aria dreptunghiului $OPQR$ este:

- A** $-3x^2 + 12x$ **B** $12x - \frac{3}{4}x^2$ **C** $3x^2 + 12x$ **D** $-4x^2 + 12x$ **E** $48x - \frac{3}{4}x^2$

563

Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $OPQR$ este:

- A** 32 **B** 48 **C** 64 **D** 96 **E** 84

Punctul $A(-4, 1)$ este un vârf al pătratului $ABCD$ parcurs în sens trigonometric, căruia îi cunoaștem o diagonală de ecuație $3x - y - 2 = 0$.

564 Aria pătratului $ABCD$ este:

- A** 45 **B** 15 **C** 90 **D** 30 **E** $\frac{45}{2}$

565 Punctul C are coordonatele:

- A** $(4, -1)$ **B** $(5, -2)$ **C** $(6, 1)$ **D** $(\frac{9}{2}, -\frac{7}{2})$ **E** $(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2})$

Fie în planul xOy punctele $A(4, 0)$, $B(5, 1)$, $C(1, 5)$, $D(0, 4)$.

566 Patrulaterul $ABCD$ este:

- A** patrulater oarecare **B** trapez isoscel **C** romb **D** dreptunghi
E trapez dreptunghic

567 Aria patrulaterului este

- A** 4 **B** 8 **C** 1 **D** 16 **E** 2

568 Simetricul punctului A față de dreapta BC este punctul de coordonate

- A** $(1, 5)$ **B** $(5, 1)$ **C** $(5, 2)$ **D** $(6, 2)$ **E** $(6, 4)$

569

În sistemul cartezian xOy , o dreaptă variabilă d care conține punctul $A(0, 5)$ intersectează dreptele $x - 2 = 0$ și $x - 3 = 0$ în punctele B , respectiv C . Să se determine panta m a dreptei d astfel încât segmentul BC să aibă lungime minimă.

- A** $m = 0$ **B** $m = -1$ **C** $m \in \mathbb{R}$ **D** $m = 2$ **E** nu există

570

Fie dreapta $\mathcal{D} : x + y = 0$ și punctele $A(4, 0)$, $B(0, 3)$. Valoarea minimă a sumei $MA^2 + MB^2$, pentru $M \in \mathcal{D}$ este:

- A** $\frac{99}{4}$ **B** 25 **C** $\frac{101}{4}$ **D** 26 **E** $\frac{105}{4}$

Se consideră expresia $E(x, y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y$.

571 Distanța de la punctul (x, y) la punctul $(3, 5)$ este:

- A** $\sqrt{E(x, y) + 34}$ **B** $\sqrt{E(x, y) - 34}$ **C** $\sqrt{E(x, y)}$ **D** $\sqrt{E(x, y) + 1}$
E alt răspuns

572 Valoarea minimă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, este:

- A** 0 **B** -34 **C** 34 **D** -1 **E** 1

573 Se consideră mulțimea $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$. Valoarea maximă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in D$, este:

- A** 8 **B** 0 **C** 4 **D** 6 **E** 2

Fie ABC un triunghi. Notăm cu G centrul său de greutate, cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, cu I centrul cercului înscris și $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

574 Punctul M din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ este:

- A** G **B** H **C** I **D** O **E** A

575 Punctul N din planul triunghiului ABC pentru care $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ este:

- A** G **B** H **C** I **D** O **E** A

576 Punctul R din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$ este:

- A** G **B** H **C** I **D** O **E** A

* * *

577

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(4x) + \cos(\sqrt{2}x)$, are perioada:

- A** 2 **B** 2π **C** $\sqrt{2}\pi$ **D** $\sqrt{2}$ **E** nu este periodică

578

Valoarea lui $\arcsin(\sin 3)$ este:

- A** 3 **B** -3 **C** 0 **D** $\pi - 3$ **E** $-\cos 3$

579

Valoarea lui $\sin 15^\circ$ este:

- A** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ **B** $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ **C** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$ **D** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ **E** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$

Fie numerele complexe $z_k = \cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5}$, $k = 1, 2, 3, 4$.

580

Ecuția polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele z_k ($k = 1, 2, 3, 4$) este:

- A** $x^4 + 1 = 0$ **B** $x^5 - 1 = 0$ **C** $x^5 + 1 = 0$ **D** $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ **E** $x^4 + x^2 + 1 = 0$

581

Valoarea expresiei $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5}$ este:

- A** -1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2}$ **D** 1 **E** 2

582

Valoarea expresiei $\cos \frac{2\pi}{5}$ este:

- A** $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ **B** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ **C** $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ **D** $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ **E** 1

583

$\cos x \cos \frac{5\pi}{4} - \sin x \sin \frac{5\pi}{4} = 1$ dacă și numai dacă:

- A** $x \in \{2k\pi - \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $x \in \{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $x \in \{k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$
D $x \in \{2k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $x \in \{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Se consideră funcția $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $x \in \mathbb{R}$.

584

Mulțimea soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

- A** $\{2k\pi\}_{k \in \mathbb{Z}}$ **B** $\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ **C** $\{k\pi + \frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ **D** $\{k\frac{\pi}{2}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ **E** \emptyset

585

Mulțimea valorilor funcției f este

- A** $[0, 1]$ **B** $[-1, 1]$ **C** $[0, \frac{1}{n}]$ **D** $[\frac{1}{2^{n-1}}, 1]$ **E** Alt răspuns

Se consideră ecuația: $(\sin x + \cos x)^n - a \sin x \cos x + 1 = 0$, $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}$.

586

Pentru $n = 2$ ecuația are soluție dacă și numai dacă

- A** $a \in [2, 6]$ **B** $a \in (-\infty, -2] \cup [6, \infty)$ **C** $a \in (-2, 6)$ **D** $a \in (-1, 1]$ **E** alt răspuns

587

Pentru $n = 1$ și $a = 3$ mulțimea soluțiilor ecuației este:

- A** $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **B** \emptyset **C** $\{(2k+1)\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{2k\pi - \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$

588

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{7}{25}$, atunci $\sin x$ este:

- A** $-\frac{24}{25}$ **B** $-\frac{7}{8}$ **C** $-\frac{23}{25}$ **D** $\frac{7}{8}$ **E** $\frac{24}{25}$

589

$\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}$ are valoarea:

- A** $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ **B** $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ **C** $\frac{\sqrt{3}}{6}$ **D** $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **E** alt răspuns

Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

590

$\operatorname{arctg} x_1 + \operatorname{arctg} x_2$ este:

- A** $\frac{\pi}{2}$ **B** $\frac{\pi}{8}$ **C** $\frac{3\pi}{8}$ **D** $\frac{3\pi}{4}$ **E** $\frac{\pi}{4}$

591

$\operatorname{arctg} x_1 \cdot \operatorname{arctg} x_2$ este:

- A** $\frac{\pi^2}{8}$ **B** $\frac{3\pi^2}{16}$ **C** $\frac{3\pi^2}{64}$ **D** $\frac{3\pi^2}{32}$ **E** $\frac{\pi^2}{16}$

592

Fie $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin x, \cos x)$ este:

- A** $(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$ **B** $(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$ **C** $(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}})$ **D** $(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}})$ **E** $(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$

593

Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ expresia $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ este egală cu:

- A** $2 \sin^2(a + b)$ **B** $2 \cos^2(a + b)$ **C** $4 \sin^2 \frac{a-b}{2}$ **D** $4 \cos^2 \frac{a-b}{2}$ **E** 2

594

Oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, suma $\sin^6 x + \cos^6 x$ este egală cu:

- A** $3 - \sin^2 x \cos^2 x$ **B** $1 - 3 \sin^2 2x$ **C** 1 **D** $\frac{2}{3}$ **E** $1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$

595

Dacă $E = \cos^2(a + b) + \cos^2(a - b) - \cos 2a \cdot \cos 2b$ atunci, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ are loc egalitatea:

- A** $2E = 1$ **B** $E = 1$ **C** $2E + 1 = 0$ **D** $E = 0$ **E** $E = -1$

596

Dacă numerele reale α și β satisfac egalitatea

$$(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 2 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2},$$

atunci:

- A** $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ **B** $\alpha - \beta \in \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\alpha - \beta \in \{(2k + 1)\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\alpha - \beta \in \{\frac{\pi}{2} + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\alpha - \beta \in \{\frac{\pi}{6} + 10k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

597

Numărul $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} + \operatorname{arctg} \frac{1}{7} + \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$ este egal cu:

- A** $\frac{\pi}{12}$ **B** $\frac{\pi}{6}$ **C** $\frac{\pi}{4}$ **D** $\frac{5\pi}{12}$ **E** $\frac{\pi}{2}$

598

Inversa funcției $f : [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$, este funcția $f^{-1} : [-1, 1] \rightarrow [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ definită prin:

- A** $f^{-1}(x) = \pi + \arcsin x$ **B** $f^{-1}(x) = \pi - \arcsin x$ **C** $f^{-1}(x) = \arcsin x$
D $f^{-1}(x) = 2\pi - \arcsin x$ **E** $f^{-1}(x) = -\pi + \arcsin x$

599

Egalitatea $\arcsin(\sin x) = x$ are loc pentru:

- A** orice $x \in \mathbb{R}$ **B** orice $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x \in (-1, 1)$
C orice $x \in [0, 2\pi)$ **D** \emptyset **E** orice $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

600

Mulțimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care expresia

$$E(x) = \sqrt{\cos^4 x + m \sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + m \cos^2 x}$$

este constantă pe \mathbb{R} este:

- A** $\{0\}$ **B** $\{0, 4\}$ **C** $\{1, 4\}$ **D** $\{-1, 0\}$ **E** \emptyset

601

Valorile minimă m și maximă M ale expresiei $E(x) = \cos^2 x - 4 \sin x$, unde $x \in \mathbb{R}$, sunt:

- A** $m = -1, M = 1$ **B** $m = -5, M = 5$ **C** $m = -4, M = 3$
D $m = -4, M = 4$ **E** $m = -3, M = 3$

602

Mulțimea soluțiilor ecuației $2 \cos^2 x - 11 \cos x + 5 = 0$ este:

- A** \emptyset **B** $\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

603

Ecuația $4 \sin^2 x - 4 \sin x + 1 = 0$ are următoarea mulțime de soluții:

- A** $\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

604

Ecuația $\sin x = 2 \operatorname{tg} x$ are următoarea mulțime de soluții:

- A** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** \emptyset **D** $\{0\}$ **E** $\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

Fie $S_n, n \in \mathbb{N}^*$, mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x \sin 2x \dots \sin nx = 1$.

605

S_1 este:

- A** $\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\}$ **E** \emptyset

606

S_{100} este:

- A** $\{\frac{\pi}{101} + k\pi/k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{\pi}{101} + 2k\pi/k \in \mathbb{Z}\}$ **C** \emptyset **D** $\bigsqcup_{n=1}^{100} \{\frac{\pi}{5n} + \frac{k\pi}{n+1}/k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\frac{\pi}{6} + k\pi/k \in \mathbb{Z}\}$

607

Mulțimea soluțiilor ecuației $\cos 2x = \cos x$ este:

- A** $\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{2k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{2k\pi}{7} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\pi + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

608

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x = \cos 3x$ este:

- A** $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\}$ **D** $\{-\frac{4k \pm 1}{8}\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

609

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin 5x = \sin x$ este:

- A** $\{\frac{k\pi}{5 - (-1)^k} | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{k\pi}{5} | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{k\pi}{10} | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{(-1)^k \arcsin \frac{1}{5} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

610

Ecuația $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$ are următoarele soluții în intervalul $[0, \frac{\pi}{2}]$:

- A** $\frac{\pi}{4}$ și $\frac{\pi}{6}$ **B** $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg}(-5)$ **C** $\frac{\pi}{12}$ **D** $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ **E** $\frac{\pi}{4}$ și $\operatorname{arctg} 2$

611

Dacă $\sqrt{3} \sin x + \cos x - 2 = 0$, atunci:

- A** $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z};$ **B** $x = \frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z};$
C $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z};$ **D** $x = k\pi - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z};$ **E** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

612

Ecuația $\sin x + p \cos x = 2p$, $p \in \mathbb{R}$, are soluții pentru:

- A** $|p| > 5$ **B** $p \in [-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}]$ **C** $|p| > \frac{2}{3}$ **D** $|p| = 3$ **E** $3p^2 > 1$

613

Valoarea lui $\cos x$ care verifică ecuația $2 \sin^2 2x - 2 \sin x \sin 3x = 4 \cos x + \cos 2x$ este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E** 0

614

Următoarea mulțime reprezintă soluția ecuației $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x = \frac{3}{2}$:

- A** $\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\}$
C $\{\pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{\pm \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

615

Mulțimea tuturor valorilor $x \in \mathbb{R}$ care verifică egalitatea

$$3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$$

este:

- A** \emptyset **B** \mathbb{R} **C** $\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{2k\pi | k \in \mathbb{N}\}$

616

Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} - \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} \right) \left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} - \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}} \right) = -4$$

este:

- A** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi)$ **C** $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} ((2k-1)\frac{\pi}{2}, k\pi)$
D $\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

617

Fie $x \in \mathbb{R}$. Valoarea expresiei

$$\left(\sin x - 2\sqrt[3]{\sin x \cos^2 x} \right)^2 + \left(\cos x - 2\sqrt[3]{\sin^2 x \cos x} \right)^2$$

este:

- A** 1 **B** 2 **C** $\sin x + \cos x$ **D** $\sin^3 x + \cos^3 x$ **E** $\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}$

618

Ecuația $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 + \sin 2x$ are următoarea mulțime de soluții:

- A** \emptyset **B** $\{\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{3\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

619

Egalitatea $\max(\sin x, \cos x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ este adevărată dacă și numai dacă:

- A** $x \in \{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $x \in \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $x \in \{-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\}$
D $x \in \{\frac{11\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
E $x \in \{\pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{2\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

620

Mulțimea soluțiilor ecuației $4 \sin x \cos^3 x - 4 \sin^3 x \cos x = 1$ este:

- A** $\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{8} | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\}$
E $\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

621

Soluția ecuației $2 \arcsin x = \arccos 2x$ este:

- A** $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** $\frac{\pi}{6}$ **D** $\sqrt{2}-1$ **E** $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

622

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația

$(\sin x - m)^2 + (2m \sin x - 1)^2 = 0$ are soluții este:

- A** $[-1, 1]$ **B** $\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\}$ **C** $\{-1, 0, 1\}$ **D** $[-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{2}]$ **E** $\{\frac{1}{2}\}$

623

Dacă S este mulțimea soluțiilor ecuației $(1 - \cos x)^4 + 2 \sin^2 x^2 = 0$, atunci:

- A** $S = \emptyset$ **B** $S \cap \mathbb{Q} = \emptyset$ **C** $S = \{\pi\}$ **D** $S = \{0\}$ **E** $S = \{0, 2\pi\}$

624

Ecuatia $\sin x + \cos 2x = m$, $m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

- A** $m \in [0, \frac{9}{8}]$ **B** $m = 1$ **C** $m = -3$ **D** $m < -2$ **E** $m \in [-2, \frac{9}{8}]$

625

Mulțimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuația $\cos^2 x + (m + 1) \sin x = 2m - 1$ are soluții este:

- A** $[1, 2]$ **B** \emptyset **C** $\{0\}$ **D** $[0, 2]$ **E** $[3, \infty)$

626

Ecuatia $\sin^6 x + \cos^6 x = m$, $m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă:

- A** $m \leq 2$ **B** $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ **C** $m = 1$ **D** $0 \leq m \leq 2$ **E** $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

627

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x + \sin 2x = 2$ este:

- A** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\}$
D $\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** \emptyset

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 \cos^2 x - 4 \sin x$.

628

Soluția ecuației $f(x) = \frac{1}{4}$ este:

- A** $\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\}$ **B** $\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\}$ **C** $\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\}$ **D** $\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\}$ **E** $\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$

629

Valoarea maximă a funcției f este:

- A** -1 **B** $\frac{13}{3}$ **C** 3 **D** $\frac{11}{3}$ **E** $\frac{14}{3}$

630

Mulțimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are soluție este:

- A** $[-4, \frac{13}{3}]$ **B** $[-3, \frac{11}{3}]$ **C** $[-4, \frac{14}{3}]$ **D** $[-3, \frac{13}{3}]$ **E** $[-4, \frac{11}{3}]$

631

Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 5$ este:

- A** 2 **B** 1 **C** 0 **D** 3 **E** 4

632

Să se arate că dacă $a = 41$, $b = 28$ și $c = 15$, atunci triunghiul ABC este:

- A** dreptunghic **B** ascuțitunghic **C** obtuzunghic **D** isoscel **E** echilateral

633

Să se determine unghiurile A și C ale triunghiului ABC dacă $a = \sqrt{2}$, $b = 2$, $B = \frac{\pi}{4}$.

- A** $A = \frac{\pi}{4}$, $C = \frac{\pi}{2}$ **B** $A = \frac{\pi}{6}$, $C = \frac{7\pi}{12}$ **C** $A = \frac{\pi}{3}$, $C = \frac{5\pi}{12}$
D $A = \frac{7\pi}{12}$, $C = \frac{\pi}{6}$ **E** $A = \frac{5\pi}{12}$, $C = \frac{\pi}{3}$

634

Dacă în $\triangle ABC$ se dau $AB = 2$, $AC = 3$ și $m(\hat{A}) = 60^\circ$, atunci:

- A** $\mathcal{A}(ABC) = \frac{3}{2}$ **B** $BC = \sqrt{7}$ **C** $\hat{B} \equiv \hat{C}$ **D** $m(\hat{B}) = \frac{1}{2}$
E $\triangle ABC$ este dreptunghic în B

635

În triunghiul ABC avem $BC = 4$, $m(\hat{A}) = 60^\circ$, $m(\hat{B}) = 45^\circ$. Atunci AC are lungimea:

- A** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **B** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ **C** $\sqrt{6}$ **D** $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ **E** $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

Fie $z = \left(1 + \frac{2i}{1-i}\right)^{2005}$.

636

Valoarea lui z este:

- A** 1 **B** $2i$ **C** $-i$ **D** i **E** $-2i + 1$

637

Modulul lui $z + i$ este:

- A** $\sqrt{2}$ **B** 2 **C** 1 **D** $\sqrt{3}$ **E** $\sqrt{5}$

638

Valoarea expresiei $\overline{2z + \bar{z}}$ este

- A** $-i$ **B** $-2i$ **C** $2i + 3$ **D** 3 **E** i

Fie $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + i)$. Atunci:

639

x^{2004} este

- A** $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$ **B** $-\frac{1}{2^{2004}}$ **C** 0 **D** $\frac{1}{2^{2004}}$ **E** $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$

640

x^{2008} este

- A** $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$ **B** $-\frac{1}{2^{2008}}$ **C** 0 **D** $\frac{1}{2^{2008}}$ **E** $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$

641

Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ și $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$, atunci:

- A** S are n elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;
B $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n; k \in \mathbb{N}; k \neq \frac{n}{2}\}$
C $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1; k \in \mathbb{N}\}$
D $S = \{\operatorname{ctg} \frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1; k \in \mathbb{N}\}$
E $S \cap \mathbb{R}$ are cel mult două elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$

642

Fie triunghiul ABC pentru care $\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$. Atunci triunghiul este:

- A** echilateral **B** dreptunghic cu $A = \frac{\pi}{2}$ **C** dreptunghic cu $B = \frac{\pi}{2}$ sau $C = \frac{\pi}{2}$
D ascuțitunghic **E** obtuzunghic

643

Fie $z = \frac{(\sqrt{3} + i)^n}{(\sqrt{3} - i)^m}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Să se determine relația dintre m și n astfel încât z să fie real.

- A** $n - m = 6k, k \in \mathbb{N}$ **B** $n + m = 3k, k \in \mathbb{N}$ **C** $n - m = 3k, k \in \mathbb{Z}$ **D** $n - m = 0$
E $n + m = 6k, k \in \mathbb{N}$

644

Numărul $E = (\cos \alpha - i \sin \alpha)(\cos 5\alpha + i \sin 5\alpha)$ este real pentru

- A** $\alpha = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z};$ **B** $\alpha = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z};$ **C** $\alpha = k\pi, k \in \mathbb{Z};$
D $\alpha = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z};$ **E** $\alpha = \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Fie numărul complex $u = 2 + 2i$.

645

Forma trigonometrică a numărului complex u este:

- A** $u = \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ **B** $u = \sqrt{8}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ **C** $u = 2\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4})$
D $u = \sqrt{8}(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ **E** $u = 2\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})$

646

u^{100} este:

- A** 2^{100} **B** $2^{100}i$ **C** $-2^{150}i$ **D** -2^{150} **E** -2^{200}

647

Fie mulțimea $A = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \leq |z - i| \text{ și } |z - u| \leq 1\}$. Modulul lui $z \in A$ pentru care argumentul lui z este minim este:

- A** 3 **B** $\sqrt{8}$ **C** $\sqrt{7}$ **D** 1 **E** $\sqrt{6}$

Se consideră numerele complexe

$$z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a), \quad z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a).$$

648

Mulțimea valorilor lui a pentru care numărul complex $w = z_1^n + z_2^n$ are modulul maxim este:

- A** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{\frac{2k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** $\{\frac{k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ **E** alt răspuns

649

Mulțimea valorilor lui a pentru care $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ este:

- A** $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **B** $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ **C** $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ **D** \emptyset **E** $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

650

Valorile lui n pentru care $z_1^n z_2^n, n \in \mathbb{N}^*$, este real și pozitiv sunt:

- A** $n = 5$ **B** $n = 4k, k \in \mathbb{N}^*$ **C** $n = 8k + 1, k \in \mathbb{N}^*$ **D** $n = 0$ **E** $n = 8k + 2, k \in \mathbb{Z}$

Pentru n și k numere naturale nenule cu n fixat, notăm $a_k = \cos \frac{2k\pi}{n} - 2 + i \sin \frac{2k\pi}{n}$.

651

Valoarea $\overline{a_n}$ este:

- A** 1 **B** i **C** -1 **D** 0 **E** $-i$

652

Valoarea sumei $a_1 + a_2 + \dots + a_n$, $n > 1$, este:

- A** $-2n$ **B** $2n$ **C** $1 - 2^n$ **D** $ni - 2n$ **E** $i + 2n$

653

Valoarea produsului $a_1 a_2 \dots a_n$ este:

- A** $2^n - 1$ **B** $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$ **C** $(2n - 1)(-1)^n$ **D** $(-1)^n(2^n - 1)$

654

Să se calculeze expresia $E = (\sqrt{3} - i)^8 (-1 + i\sqrt{3})^{11}$:

- A** $E = 2^{11}$; **B** $E = 2^{19}$; **C** $E = 2^{15}$; **D** $E = 2^5$; **E** 2^7

655

Dacă $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \alpha$, atunci expresia $E = z^n + z^{-n}$ are, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$ și pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}$, valoarea:

- A** $z i \sin n\alpha$ **B** $\cos n\alpha + i \sin n\alpha$ **C** $\operatorname{tg} n\alpha$ **D** $2 \cos n\alpha$ **E** $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$

656

Câte rădăcini complexe are ecuația $z^3 = \bar{z}$?

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 5

657

Câte rădăcini complexe are ecuația $z^{n-1} = i\bar{z}$, $n > 2$, $n \in \mathbb{N}$?

- A** $n - 2$ **B** $n - 1$ **C** n **D** $n + 1$ **E** $n + 2$

658

Fie numărul complex $z = \left(\frac{\sqrt{3} - i}{1 + i} \right)^{12}$. Este adevărată afirmația

- A** $z = 2^6$ **B** $\arg z = \pi$ **C** $|z| = 2^{12}$ **D** $z = 64i$ **E** $\arg z = 2\pi$

Exemplu Test Admitere

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 9, & x < 0, \\ 2x + 9, & x \geq 0. \end{cases}$

659 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ este:

- A** 10 **B** $\frac{35}{4}$ **C** 9 **D** -9 **E** 2

660 Valoarea inversei funcției f în punctul 8 este:

- A** -3 **B** -1 **C** 1 **D** 3 **E** f nu este inversabilă

Fie a o rădăcină a ecuației $x^2 + x + 1 = 0$.

661 a^3 este:

- A** 0 **B** 1 **C** i **D** $1 + i\sqrt{3}$ **E** -1

662 $(1 + a)^{2016} + (1 + \bar{a})^{2016}$ este:

- A** -1 **B** $1 + i\sqrt{3}$ **C** 2 **D** 1 **E** i

Se consideră sistemul de ecuații

$$\begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + y + az = b \end{cases}$$

unde $a, b \in \mathbb{R}$.

663 Sistemul are soluție unică dacă și numai dacă:

- A** $a \neq -2$ **B** $a \neq 0$ **C** $a \neq 2$ **D** $a > 0$ **E** $a \leq 0$

664 Sistemul are o infinitate de soluții dacă și numai dacă:

- A** $a = b = 1$ **B** $a = -2, b = 0$ **C** $a = 2, b = 1$ **D** $a = -1, b = 1$ **E** $a = -2, b = -2$

Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție $x * y = ax + ay - xy$, $x, y \in \mathbb{R}$, unde a este un parametru real.

665 Mulțimea valorilor lui a pentru care legea este asociativă este:

- A** $[0, \infty)$ **B** \mathbb{R} **C** $\{-1, 0, 1\}$ **D** $\{0, 1\}$ **E** $[0, 1]$

666 Mulțimea valorilor lui a pentru care intervalul $[0, 1]$ este parte stabilă a lui $(\mathbb{R}, *)$ este:

- A** $[\frac{1}{2}, 1]$ **B** $[0, \frac{1}{2}]$ **C** $[0, 1]$ **D** $[1, \infty)$ **E** \mathbb{R}

667 Mulțimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ pentru care $(\mathbb{R} \setminus \{b\}, *)$ este grup este:

- A** $\{(0, 0), (1, 0)\}$ **B** $\{(0, 0), (1, 1)\}$ **C** $\{(0, 0), (0, 1)\}$ **D** $\{(-1, 0), (1, 0)\}$
E $\{(-1, -1), (1, 0)\}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

668 A^2 este:

- A** 0_2 **B** I_2 **C** A **D** $I_2 + A$ **E** $-A$

669 Numărul soluțiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuației $X^{25} = A$ este:

- A** 2 **B** 0 **C** 10 **D** 25 **E** ∞

Se consideră polinomul $P = X^3 + X^2 + aX + b \in \mathbb{Z}[X]$.

670 Perechea (a, b) pentru care $x = 1$ este rădăcina dublă a polinomului P este:

- A** $(5, 3)$ **B** $(5, -3)$ **C** $(3, 5)$ **D** $(-5, 3)$ **E** $(0, 0)$

Să se calculeze integralele:

671 $\int_0^1 |2x - 1| dx$

- A** 0 **B** 1 **C** $\frac{1}{4}$ **D** 2 **E** $\frac{1}{2}$

672 $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x)) dx$

- A** 0 **B** π **C** π^2 **D** $2\pi^2$ **E** $4\pi^2$

Să se calculeze:

673 $\int_{-1}^1 \frac{2x + 2}{x^2 + 1} dx$

- A** $\frac{\pi}{4}$ **B** 0 **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** π **E** $\ln 2 + \pi$

674 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \cos(nx) dx$

- A** ∞ **B** 1 **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** π **E** 0

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{|x^2 - 4|}$.

675 Mulțimea de derivabilitate a funcției f este:

- A** $\mathbb{R} \setminus \{2, -2\}$ **B** \mathbb{R} **C** \emptyset **D** $\{-2, 2\}$ **E** $(-2, 2)$

676 Numărul punctelor de extrem local a lui f este:

- A** 0 **B** 3 **C** 1 **D** 2 **E** 4

677 Numărul asimptotelor lui f este:

- A** 1 **B** 0 **C** 2 **D** 3 **E** 4

Să se calculeze limitele:

678

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 3}{n^2 + 3n + 2}$$

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** $\frac{2}{3}$

679

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

- A** 0 **B** 1 **C** $\sqrt{2}$ **D** 2 **E** nu există

680

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \sin n}{n + \sin n}$$

- A** 0 **B** 1 **C** nu există **D** $\frac{1}{2}$ **E** ∞ .

681

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(n+3)!}{n!n^3} \right)^n$$

- A** e **B** e^2 **C** e^4 **D** e^6 **E** ∞

682

$$\lim_{x \rightarrow +0} ((1+x)^x - 1)^x$$

- A** 0 **B** 1 **C** e **D** ∞ **E** nu există

Se consideră punctul $A(-1, 1)$ și dreapta $(d) : x - y = 2$.

683

Simetricul punctului A față de origine este:

- A** (1, 1) **B** (-1, -1) **C** (1, -1) **D** (2, -1) **E** (-1, 2)

684

Distanța de la punctul A la dreapta (d) este:

- A** $\sqrt{2}$ **B** 2 **C** $3\sqrt{2}$ **D** $2\sqrt{2}$ **E** 1.

685

Simetricul punctului A față de dreapta (d) este:

- A** (1, -1) **B** (2, -2) **C** $(\sqrt{5}, -\sqrt{5})$ **D** $(2\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$ **E** (3, -3)

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^2 x + 4 \cos x$.

686

$f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ este:

A $\frac{11}{4}$

B $\frac{5}{2}$

C π

D 0

E $\frac{1}{2}$

687

Valoarea maximă a lui f este:

A 1

B 2

C 3

D 4

E 5

688

Ecuția $f(x) = m$, $m \in \mathbb{R}$, are soluții dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

A $[0, 1]$

B $[-1, 1]$

C $[-4, 4]$

D $[-2, 0]$

E $[0, 3]$

Simulare admitere (13 mai 2017)

689

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care $x^2 + 2x + m \geq 0$ pentru orice x real este:

- A** $(1, \infty)$ **B** $[1, \infty)$ **C** $[0, \infty)$ **D** \mathbb{R} **E** \emptyset

690

Mulțimea soluțiilor ecuației $\frac{2 \lg(x-2)}{\lg(5x-14)} = 1$ este:

- A** \emptyset **B** $\{3, 6\}$ **C** $\{4\}$ **D** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ **E** $\{6\}$

691

$\sin^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{3}$ este:

- A** $\sqrt{2}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** $\frac{1}{3}$ **D** 1 **E** $\sqrt{3}$

692

Numărul soluțiilor din intervalul $[0, 2\pi]$ ale ecuației $\sin x = \cos x$ este:

- A** 4 **B** 0 **C** 1 **D** 3 **E** 2

693

Valoarea minimă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{4}$ **C** $\frac{3}{4}$ **D** $\frac{1}{3}$ **E** 0

Se consideră punctele $A(0, 3)$, $B(1, 0)$ și $C(6, 1)$.

694 Coordonatele mijlocului segmentului AC sunt:

- A** (2, 2) **B** (3, 2) **C** (3, 4) **D** (3, 3) **E** (4, 3)

695 Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

- A** (5, 4) **B** (5, 5) **C** (4, 4) **D** (6, 4) **E** (2, 4)

696 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

- A** $\left(3, \frac{4}{3}\right)$ **B** $\left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$ **C** $\left(4, \frac{4}{3}\right)$ **D** $\left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}\right)$ **E** (1, 1)

Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + az = 1 \\ 3x + y + 4z = 2b^3 \end{cases}, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

697 Sistemul este compatibil determinat dacă și numai dacă:

- A** $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}; b \in \mathbb{R}$ **B** $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}; b = 1$ **C** $a = b = 2$ **D** $a = 1; b \in \mathbb{R}$
E $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; b \in \mathbb{R}$

698 Numărul perechilor $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care sistemul este compatibil nedeterminat este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

Să se calculeze:

699 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{n + 2}$

- A** ∞ **B** 1 **C** 0 **D** 2 **E** e

700 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$

- A** nu există **B** 2 **C** 0 **D** ∞ **E** 1

701 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - \sin x}{x + \sin x}$

- A** 0 **B** 1 **C** 3 **D** ∞ **E** -1

702 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sum_{k=1}^n e^{\frac{k}{n^2}} \right)$

- A** ∞ **B** -1 **C** e **D** 0 **E** $-\frac{1}{2}$

Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x e^{\frac{a}{x}}$, unde a este un parametru real.

703 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f admite asimptota $y = x + 2$ este:

- A** $\{-2, 2\}$ **B** $\{1\}$ **C** $\{2\}$ **D** $\{-1\}$ **E** \emptyset

704 Mulțimea valorilor lui a pentru care graficul funcției f are două asimptote este:

- A** $(0, 1)$ **B** $(1, \infty)$ **C** $(-\infty, 0)$ **D** $(0, \infty)$ **E** \emptyset

Se consideră polinomul

$$P(x) = (x^2 + x + 1)^{100} = a_0 + a_1x + \dots + a_{199}x^{199} + a_{200}x^{200}$$

având rădăcinile x_1, x_2, \dots, x_{200} .

705 Valoarea lui $P(0)$ este:

- A** 30 **B** 0 **C** 200 **D** 100 **E** 1

706 Valoarea lui a_1 este:

- A** 100 **B** 200 **C** 199 **D** 1 **E** 0

707 Restul împărțirii polinomului P la $x^2 + x$ este:

- A** $100x - 1$ **B** 0 **C** 99 **D** $100x + 1$ **E** 1

708 Suma $\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{1 + x_k}$ este:

- A** 100 **B** 200 **C** -100 **D** 0 **E** 1

Pe mulțimea \mathbb{Z} se definește legea de compoziție “*” prin

$$x * y = xy + mx + my + 2, \quad \text{unde } m \in \mathbb{Z}.$$

709

$0 * 0$ este:

- A** 4 **B** 3 **C** 2 **D** 5 **E** 6

710

Fie $m = -1$. Știind că “*” este asociativă, $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$ este:

- A** 1 **B** -1 **C** 2 **D** -2 **E** 0

711

Mulțimea valorilor parametrului m pentru care legea “*” admite element neutru este:

- A** $\{-1, 0, 2\}$ **B** $\{-1, 1, 2\}$ **C** $\{-1, 2\}$ **D** $\{-1\}$ **E** $\{2\}$

712

Dacă $m = 2$, atunci numărul elementelor simetrizabile în raport cu “*” este:

- A** 1 **B** 2 **C** 0 **D** 4 **E** infinit

713

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^1 |t - x|^3 dt$, are valoare minimă pentru x egal cu:

- A** 1 **B** 0 **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{1}{4}$ **E** -1

Să se calculeze:

714 $\int_0^1 x^9 dx$

A $\frac{1}{8}$ **B** $\frac{2}{9}$ **C** $\frac{1}{9}$ **D** $\frac{1}{10}$ **E** 10

715 $\int_0^2 \frac{1}{4+x^2} dx$

A $\frac{\pi}{6}$ **B** $\frac{\pi}{8}$ **C** $\frac{\pi}{4}$ **D** $\frac{\pi}{2}$ **E** π

716 $\int_0^1 \ln(x+1) dx$

A $\ln \frac{e}{2}$ **B** $\ln \frac{2}{3}$ **C** 0 **D** $\ln \frac{4}{e}$ **E** $\ln 2$

717 $\int_0^1 \frac{1+x^2}{1+x^2+x^4} dx$

A $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ **B** $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ **C** $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ **D** $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$ **E** $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

718 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{1/n}^n \frac{\operatorname{arctg}(x^2)}{1+x^2} dx$

A $\frac{\pi^2}{2}$ **B** $\frac{\pi^2}{4}$ **C** $\frac{\pi^2}{8}$ **D** π^2 **E** $\frac{\pi^2}{6}$

Admitere (16 iulie 2017)

719

Fie șirul $a_n = n\sqrt{n}(\sqrt{n+1} - a\sqrt{n} + \sqrt{n-1})$, $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{R}$.
Dacă șirul (a_n) este convergent, atunci limita lui este:

- A** 0 **B** -1 **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $\frac{1}{2}$ **E** $-\frac{1}{4}$

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16x^2 + 1} + 4x - 5$.

720

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ este:

- A** $-\infty$ **B** -5 **C** 4 **D** 8 **E** 0

721

Numărul asimptotelor funcției f este:

- A** 2 **B** 0 **C** 1 **D** 3 **E** 4

Se consideră ecuația $a^x = 2x + 1$, unde $a \in (0, \infty)$ este fixat.

722

Valoarea lui a pentru care ecuația admite rădăcina $x = 1$ este:

- A** 2 **B** 1 **C** 3 **D** $\ln 2$ **E** e

723

Mulțimea valorilor lui a pentru care ecuația admite o singură rădăcină reală este:

- A** $(0, +\infty) \setminus \{e^2\}$ **B** $(0, 1] \cup \{e^2\}$ **C** $(0, e^2]$ **D** $[1, +\infty)$ **E** $(0, 1] \cup \{e\}$

724

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{x^3 - \operatorname{tg}^3 x}$. Valoarea lui $f'(0)$ este:

- A** -1 **B** $-\frac{1}{5}$ **C** $\frac{1}{5}$ **D** $\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$ **E** $-\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$

Să se calculeze:

725 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 3^x}{2 \cdot 3^x + 1}$

- A** 2 **B** 0 **C** $+\infty$ **D** 3 **E** $\frac{1}{2}$

726 $\lim_{x \rightarrow +0} ((x+9)^x - 9^x)^x$

- A** nu există **B** 0 **C** e **D** 1 **E** $\ln 9$

Să se calculeze:

727 $\int_0^3 \frac{dx}{x^2 + 9}$

- A** $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ **B** $\frac{\pi}{6}$ **C** $\frac{\pi}{4}$ **D** $\frac{\pi}{18}$ **E** $\frac{\pi}{12}$

728 $\int_1^e \ln \frac{1}{x} dx$

- A** -1 **B** 1 **C** $2e - 1$ **D** $1 - 2e$ **E** $e + 1$

729 $\int_{-1}^1 \frac{\arccos x}{1+x^2} dx$

- A** 0 **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** $\frac{\pi^2}{2}$ **D** $\frac{\pi}{2}$ **E** $\frac{\pi^2}{4}$

730 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_2^e (\ln x)^n dx$

- A** e **B** 0 **C** 1 **D** $\ln 2$ **E** ∞

731

Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 3x + 2$ și fie f^{-1} inversa funcției f .
Valoarea $(f^{-1})'(-2)$ este:

- A** 15 **B** $\frac{1}{6}$ **C** 3 **D** $\frac{1}{3}$ **E** 2

În planul xOy se consideră punctele $A(3, 0)$ și $B(0, 4)$.

732 Distanța de la originea planului la dreapta AB este:

- A** 2 **B** $\frac{4}{3}$ **C** $\frac{12}{5}$ **D** 3 **E** $2\sqrt{2}$

733 Ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$ este:

- A** $(x - \frac{3}{2}) + (y - 2) = 0$ **B** $4x + 3y + 4 = 0$ **C** $3x - 4y + 4 = 0$ **D** $6x - 8y + 7 = 0$
E $x - y = 0$

734

Se consideră familia de funcții $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_m(x) = x^2 - (4m + 3)x + 4m + 2$, $m \in \mathbb{R}$. Punctul din plan prin care trec toate graficele funcțiilor f_m este situat pe:

- A** axa Oy **B** axa Ox **C** prima bisectoare **D** a doua bisectoare **E** alt răspuns

Fie e baza logaritmului natural. Pe intervalul $(0, +\infty)$ definim legea de compoziție $x * y = x^{2 \ln y}$, $\forall x > 0, y > 0$.

735 Elementul neutru este:

- A** \sqrt{e} **B** 1 **C** e **D** $\frac{1}{\sqrt{e}}$ **E** e^2

736 Pentru $x \neq 1$, simetricul lui x în raport cu legea “*” este:

- A** e^{-x} **B** $\frac{1}{x}$ **C** $e^{\frac{1}{4 \ln x}}$ **D** $x^{-2 \ln x}$ **E** $\frac{1}{2 \ln x}$

737 Valoarea lui $a > 0$ pentru care structura algebrică $((0, \infty) \setminus \{a\}, *)$ este grup, este:

- A** e **B** 1 **C** $\frac{1}{e}$ **D** e^2 **E** \sqrt{e}

738 Numărul $e * e * \dots * e$, unde e apare de 10 ori, este:

- A** e^{256} **B** e^{10} **C** e^{512} **D** $10^{\ln 10}$ **E** e^{1024}

Se consideră sistemul
$$\begin{cases} ax + y + z = -1 \\ x + ay + z = -a \\ x + y - z = -2 \end{cases}, \text{ unde } a \in \mathbb{R}.$$

739 Determinantul sistemului este:

- A** a^2 **B** $a^2 + 2a - 3$ **C** $a^2 - 2a + 3$ **D** $-a^2 - 2a + 3$ **E** $2a + 3$

740 Sistemul este incompatibil dacă și numai dacă:

- A** $a = -1$ **B** $a = 1$ **C** alt răspuns **D** $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\}$ **E** $a = -3$

741 Numărul valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul admite soluții (x, y, z) , cu x, y, z în progresie aritmetică în această ordine, este:

- A** 0 **B** 3 **C** 1 **D** 2 **E** ∞

Se consideră funcția $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos 2x$.

742 $f(0)$ este:

- A** 3 **B** -1 **C** 2 **D** $1/2$ **E** 1

743 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 1$ este:

- A** 1 **B** 3 **C** 2 **D** 5 **E** 0

744 Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația $f(x) = m$ are soluții este:

- A** $[0, \frac{9}{8}]$ **B** $[-2, 0]$ **C** $[-2, \frac{9}{8}]$ **D** \mathbb{R} **E** alt răspuns

745 Numărul soluțiilor reale ale ecuației $16^x = 3^x + 4^x$ este:

- A** 2 **B** 1 **C** 3 **D** 0 **E** 4

Se dă ecuația $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1 = 0$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

746 Valoarea sumei $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este:

- A** -2 **B** -4 **C** 2 **D** 4 **E** 1

747 Ecuația cu rădăcinile $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4}$ este:

- A** $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$ **B** $x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = 0$
C $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$ **D** $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$
E $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$

748 Valoarea sumei $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2}$ este:

- A** -3 **B** 3 **C** -2 **D** 2 **E** 1

749 $\int_{-1}^1 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$ este:

- A** $-e$ **B** $\ln 2$ **C** $-\ln 2$ **D** 0 **E** $2\ln 2$

750 $\int_0^1 \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1}$ este:

- A** π **B** $\frac{\pi}{4}$ **C** $\frac{\pi}{2}$ **D** $\ln 2$ **E** $\frac{\pi}{2} \ln 2$

751 $\int_0^1 \sqrt{\frac{x}{1+x^3}} dx$ este:

- A** $\frac{3}{2} \ln 3$ **B** $\frac{2}{3} \ln(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ **C** $\frac{2}{3} \ln 2$ **D** $\frac{2}{3} \ln(1 + \sqrt{2})$ **E** $\frac{3}{2} \ln 2$

752 $\int_{-1}^1 \frac{x}{e^x + x + 1} dx$ este:

- A** 0 **B** $\ln \frac{e}{1+e}$ **C** $\ln \frac{e+1}{e-1}$ **D** $\frac{e+1}{e-1}$ **E** $\ln \frac{e}{2+e}$

753

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x+1}$ este:

- A** 0 **B** 2 **C** 1 **D** ∞ **E** e

754

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\ln(e^x + 2^x) - \sqrt{x^2 - 4x + 1} \right)$ este:

- A** ∞ **B** 0 **C** 2 **D** $\ln 2$ **E** 4

755

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{x^a} - x^{x^b}}{\ln^2 x}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este:

- A** $\frac{a-b}{2}$ **B** $b-a$ **C** $e^a - e^b$ **D** $ab(a-b)$ **E** $a-b$

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{2x}(x^2 + x + m)$, unde m este un parametru real.

756

$f(0)$ este:

- A** 0 **B** $m+3$ **C** $e^2(m+3)$ **D** m **E** $-m$

757

f este monotonă pe \mathbb{R} dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

- A** $[\frac{1}{4}, 1]$ **B** $[0, \infty)$ **C** $(0, \infty)$ **D** \mathbb{R} **E** $[\frac{1}{2}, \infty)$

758

f are două puncte de extrem dacă și numai dacă m aparține mulțimii:

- A** $(-\infty, \frac{1}{2})$ **B** $[0, \infty)$ **C** $(-2, 2)$ **D** \mathbb{R} **E** $(-1, 1)$

759

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x-a| \sin x$, unde a este un parametru real. Numărul valorilor lui a pentru care f este derivabilă pe \mathbb{R} este:

- A** 2 **B** 0 **C** 1 **D** infinit **E** 4

760

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin formula de recurență $x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + 2$, $x_0 = a \in \mathbb{R}$. Șirul este convergent dacă și numai dacă a aparține mulțimii:

- A** $[1, 2]$ **B** $[-1, 1]$ **C** $[0, 2]$ **D** $[0, 1]$ **E** $[-1, 0]$

761

Dacă $a = \log_6 2$, atunci $\log_3 12$ este:

- A** 4 **B** $\frac{2+a}{2-a}$ **C** $\frac{a+4}{a+3}$ **D** $\frac{1+a}{1-a}$ **E** $\frac{1}{4}$

Ecuția $x^2 - 2mx + 2m^2 - 2m = 0$, unde m este un parametru real, are rădăcinile reale x_1 și x_2 .

762 Suma $x_1 + x_2$ este:

- A** $2m$ **B** 2 **C** $2m^2 - 2m$ **D** m **E** $-m$

763 Mulțimea valorilor produsului $x_1 x_2$ este:

- A** $[0, 4]$ **B** $[-\frac{1}{2}, 4]$ **C** $[\frac{1}{2}, 2]$ **D** $[-1, 2]$ **E** \mathbb{R}

Se consideră ecuația $x^5 + a^2x^4 + 1 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, cu rădăcinile x_i , $i = 1, \dots, 5$.

764 Valoarea sumei $\sum_{i=1}^5 x_i$ este:

- A** $-5a$ **B** a^4 **C** $-a^2$ **D** 0 **E** $-a^4$

765 Valoarea sumei $\sum_{i=1}^5 \frac{1}{x_i^4}$ este:

- A** 0 **B** a^4 **C** $-5a^4$ **D** $-4a^2$ **E** a^3

766 Mulțimea valorilor lui a pentru care două dintre rădăcinile ecuației au partea imaginară negativă este:

- A** $[-1, 1]$ **B** \emptyset **C** $(-\infty, 0]$ **D** $(-\infty, 0)$ **E** \mathbb{R}

767

Numărul valorilor parametrului real a pentru care sistemul
$$\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \end{cases}$$

are cel puțin o soluție este:

- A** 0 **B** 2 **C** 1 **D** 3 **E** infinit

768

Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $\lambda \in \mathbb{R}$ astfel ca $A^2 - \lambda A + \lambda^2 I_2 = O_2$. Matricea A^{2018} este:

- A** $\lambda^{2018} I_2$ **B** A **C** $\lambda^{2016} A^2$ **D** $\lambda^2 A^2$ **E** O_2

Se consideră grupul (G, \star) , unde $G = (-1, 1)$ și $x \star y = \frac{x+y}{1+xy}$.

769 $\frac{2}{3} \star \frac{3}{4}$ este:

- A** $\frac{9}{12}$ **B** 0 **C** 1 **D** $\frac{14}{15}$ **E** $\frac{17}{18}$

770 Elementul neutru al grupului (G, \star) este:

- A** $\frac{1}{2}$ **B** 0 **C** $-\frac{1}{2}$ **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E** $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

771 Dacă $((0, \infty), \cdot)$ este grupul multiplicativ al numerelor reale pozitive, atunci funcția crescătoare $f: G \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \frac{a+x}{b-x}$, este un izomorfism de grupuri pentru:

- A** $a = b = 2$ **B** $a = -b = 1$ **C** $a = -b = -1$ **D** $a = b = -1$ **E** $a = b = 1$

772 $\frac{1}{2} \star \frac{1}{4} \star \dots \star \frac{1}{10}$ este:

- A** $\frac{5}{6}$ **B** $\frac{10}{13}$ **C** $\frac{11}{15}$ **D** $\frac{7}{9}$ **E** $\frac{8}{9}$

773

Numărul valorilor parametrului real m pentru care ecuația $\sqrt{\cos^4 x + 4 \sin^2 x} + \sqrt{\sin^4 x + 4 \cos^2 x} = m$ are soluții este:

- A** 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** infinit

Fie $f: [0, 3\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos(4x)$.

774 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ este:

- A** 2 **B** 1 **C** 0 **D** $\sqrt{2}$ **E** $2\sqrt{2}$

775 Numărul soluțiilor ecuației $f(x) = 2$ este:

- A** 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 6

776

Ecuațiile dreptelor care sunt la distanță 2 de punctul $A(2, 1)$ și trec prin originea $O(0, 0)$ sunt:

- A** alt răspuns **B** $3x + 4y = 0$ **C** $y = \pm x$ **D** $2x \pm y = 0$ **E** $x \pm 2y = 0$

Se consideră punctele $A(6, 0)$, $B(0, 3)$ și $O(0, 0)$ în plan.

777 Ecuția înălțimii din O a triunghiului AOB este:

A $x = 2y$

B $2y = 3x$

C $y = 2x$

D $x = y$

E $3x = y$

778 Coordonatele centrului de greutate al triunghiului AOB sunt:

A $(2, 1)$

B $(1, 1)$

C $(1, 2)$

D $(2, 2)$

E $(3, 2)$

Admitere (16 iulie 2018)

Calculați:

779

$$\int_1^5 \frac{dx}{x+3}$$

- A** $\ln 2$ **B** $\ln 3$ **C** $\ln 4$ **D** $\ln 5$ **E** $\ln 8$

780

$$\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$$

- A** $\operatorname{arctg} \frac{e}{e+1}$ **B** $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$ **C** $\operatorname{arctg} \frac{e}{e^2+1}$ **D** $\ln \frac{e}{e+1}$ **E** $\ln(2e)$

781

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(4x)}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$$

- A** $\ln 2$ **B** $\pi \ln 4$ **C** $\pi \ln 8$ **D** $\ln \left(\frac{\pi}{4}\right)$ **E** $\ln(\pi e)$

782

Fie $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x . Atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^{\pi} \{x\}^n dx$ este:

- A** $\frac{\pi}{2}$ **B** 4 **C** 2 **D** π **E** 3

783

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 9^x + 5^x + 4}{9^{x+1} - 5^x + 2^x}$ este:

- A** $\frac{2}{9}$ **B** 2 **C** 1 **D** $\frac{1}{9}$ **E** $+\infty$

Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + ax$, unde a este un parametru real.

784 $f'(0)$ este:

- A** $1 + a$ **B** a **C** $1 - a$ **D** 1 **E** 0

785 Graficul lui f este tangent axei Ox dacă:

- A** $a = 2$ **B** $a = -1$ **C** $a = 1$ **D** $a = 0$ **E** $a = 3$

786 Pentru $a = -3$, numărul punctelor de extrem local ale funcției $g(x) = |f(x)|$, $x \in \mathbb{R}$, este:

- A** 4 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 5

787 Pentru $a = 1$, $(f^{-1})'(2)$ este:

- A** $1/2$ **B** $1/4$ **C** $1/3$ **D** 0 **E** $+\infty$

Se consideră în plan punctul $A(0, -1)$, dreptele $d_1: x - y + 1 = 0$, $d_2: 2x - y = 0$ și punctele $B \in d_1$, $C \in d_2$, astfel încât d_1 și d_2 sunt mediane în triunghiul ABC .

788 Intersecția dreptelor d_1 și d_2 are coordonatele:

- A** $(-1, 2)$ **B** $(2, 3)$ **C** $(1, 2)$ **D** $(-1, 0)$ **E** $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$

789 Punctul B are coordonatele:

- A** $(3, 6)$ **B** $(0, 1)$ **C** $(1, 2)$ **D** $(-1, 0)$ **E** $(-2, -1)$

790 Se consideră punctele $A(2, 3)$ și $B(4, 5)$. Mediatoarea segmentului $[AB]$ are ecuația:

- A** $2x - y = 2$ **B** $2x + y = 10$ **C** $x + 2y = 11$ **D** $-x + y = 1$ **E** $x + y = 7$

Se consideră polinomul $P(X) = X^{20} + X^{10} + X^5 + 2$, având rădăcinile $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$. Notăm cu $R(X)$ restul împărțirii polinomului $P(X)$ prin $X^3 + X$.

791 $P(i)$ este:

- A** $2 + i$ **B** $1 + i$ **C** 2 **D** i **E** 0

792 $R(X)$ este:

- A** $2 + X + X^2$ **B** $2 + X$ **C** $2 + X - X^2$ **D** X **E** 1

793 $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{x_k - x_k^2}$ este:

- A** $\frac{15}{2}$ **B** 5 **C** 6 **D** 8 **E** 7

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și fie $A^n = \begin{pmatrix} x_n & -y_n \\ y_n & x_n \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Notăm $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

794 $2A - A^2$ este:

- A** $A + I_2$ **B** I_2 **C** $2I_2$ **D** O_2 **E** $A - I_2$

795 A^{48} este:

- A** O_2 **B** $2^{12}I_2$ **C** $2^{48}I_2$ **D** $2^{48}A$ **E** $2^{24}I_2$

796 $\frac{x_{10}^2 + y_{10}^2}{x_8^2 + y_8^2}$ este:

- A** 16 **B** 2 **C** 8 **D** 4 **E** 1

797 Perechea $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, pentru care $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b) = 0$, este:

- A** $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ **B** $(-2, -1)$ **C** $(-2, -2)$ **D** $(2, -2)$ **E** $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

798 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{e^x} \cdot \sin x$ este:

- A** nu există **B** 0 **C** ∞ **D** $-\infty$ **E** 1

799

Se consideră șirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n \geq 0}$, $a_0 = 1$, $a_1 = a$, $a_{n+1}^3 = a_n^2 a_{n-1}$, $n \geq 1$. Valoarea lui a , pentru care $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 8$, este:

- A** 2 **B** 16 **C** 8 **D** 32 **E** 4

Se consideră ecuația: $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = m$, $m \in \mathbb{R}$.

800

Ecuția admite soluția $x = \frac{\pi}{2}$ pentru:

- A** $m = \frac{1}{4}$ **B** $m = 1$ **C** $m = 0$ **D** $m = -1$ **E** $m = -\frac{1}{4}$

801

Ecuția are soluție dacă și numai dacă m aparține intervalului:

- A** $[-1, 1]$ **B** $[-4, 4]$ **C** $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ **D** $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$ **E** $[-2, 2]$

802

Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos x = \frac{3}{5}$, atunci $\sin x$ este:

- A** $\frac{3}{4}$ **B** $\frac{4}{5}$ **C** $-\frac{4}{5}$ **D** 1 **E** $-\frac{3}{4}$

803

Dacă $\lg 5 = a$ și $\lg 6 = b$, atunci $\log_3 2$ este:

- A** $\frac{1+a}{a+b+1}$ **B** $\frac{1+a}{a-b+1}$ **C** $\frac{1-a}{a+b+1}$ **D** $\frac{1-a}{a+b-1}$ **E** $\frac{1-a}{b-1}$

804

Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ verifică relația $2 \lg(x - 2y) = \lg x + \lg y$, atunci mulțimea valorilor expresiei $\frac{x}{y}$ este:

- A** $\{4\}$ **B** $\{1\}$ **C** $\{1, 4\}$ **D** $\{1, 2, 4\}$ **E** \emptyset

805

Dacă $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, atunci $(1 + \alpha)(1 + \alpha^2)(1 + \alpha^3)(1 + \alpha^4)(1 + \alpha^5)(1 + \alpha^6)$ este:

- A** 64 **B** 0 **C** 16 **D** 4 **E** $8i$

Pe intervalul $(-1, 1)$ se definește legea de compoziție $*$ prin

$$x * y = \frac{2xy + 3(x + y) + 2}{3xy + 2(x + y) + 3}, \quad x, y \in (-1, 1).$$

806 Elementul neutru al legii $*$ este:

- A** 0 **B** $\frac{2}{3}$ **C** $-\frac{2}{3}$ **D** $\frac{1}{3}$ **E** $-\frac{1}{3}$

807 Dacă funcția $f : (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = a \frac{1-x}{1+x}$ verifică relația $f(x * y) = f(x)f(y)$,
 $\forall x, y \in (-1, 1)$, atunci a este:

- A** $-\frac{2}{3}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $-\frac{1}{3}$ **D** $\frac{1}{5}$ **E** $-\frac{1}{5}$

808 Numărul soluțiilor ecuației $\underbrace{x * x * \dots * x}_{x \text{ de } 10 \text{ ori}} = \frac{1}{10}$ este:

- A** 2 **B** 0 **C** 1 **D** 10 **E** 5

* * *

Problemele au fost propuse/prelucrate/alese de către:

1 - Maria Câmpian	44 - Ioan Gavrea	87 - Mircea Ivan
2 - Daria Dumitraș	45 - Ioan Gavrea	88 - Daria Dumitraș
3 - Floare Tomuța	46 - Daniela Roșca	89 - Daria Dumitraș
4 - Maria Câmpian	47 - Eugenia Duca	90 - Vasile Pop
5 - Eugenia Duca	48 - Eugenia Duca	91 - Silvia Toader
6 - Liana Timboș	49 - Eugenia Duca	92 - Nicolaie Lung
7 - Liana Timboș	50 - Tania Lazar	93 - Nicolaie Lung
8 - Liana Timboș	51 - Gheorghe Toader	94 - Daniela Roșca
9 - Dalia Cîmpean	52 - Daniela Marian	95 - Dorian Popa
10 - Dalia Cîmpean	53 - Ioan Rașa	96 - Neculae Vornicescu
11 - Dalia Cîmpean	54 - Ioan Rașa	97 - Neculae Vornicescu
12 - Maria Câmpian	55 - Ioan Rașa	98 - Vasile Miheșan
13 - Maria Câmpian	56 - Ioan Rașa	99 - Daria Dumitraș
14 - Maria Câmpian	57 - Alexandru Mitrea	100 - Vasile Miheșan
15 - Alexandra Ciupa	58 - Ioan Rașa	101 - Daniela Roșca
16 - Alexandra Ciupa	59 - Daniela Roșca	102 - Daniela Roșca
17 - Viorica Muresan	60 - Daniela Roșca	103 - Daniela Roșca
18 - Viorica Muresan	61 - Daniela Roșca	104 - Vasile Pop
19 - Dalia Cîmpean	62 - Daniela Roșca	105 - Vasile Pop
20 - Radu Peter	63 - Daniela Roșca	106 - Silvia Toader
21 - Mircea Ivan	64 - Alexandru Mitrea	107 - Silvia Toader
22 - Daria Dumitraș	65 - Gheorghe Toader	108 - Gheorghe Toader
23 - Daniela Inoan	66 - Eugenia Duca	109 - Rozica Moga
24 - Nicolaie Lung	67 - Silvia Toader	110 - Rozica Moga
25 - Viorica Mureșan	68 - Silvia Toader	111 - Viorica Mureșan
26 - Daria Dumitraș	69 - Silvia Toader	112 - Dorian Popa
27 - Daniela Roșca	70 - Ioan Gavrea	113 - Mircea Ivan
28 - Daniela Roșca	71 - Ioan Gavrea	114 - Iuliu Crivei
29 - Adela Novac	72 - Bogdan Gavrea	115 - Iuliu Crivei
30 - Adela Novac	73 - Bogdan Gavrea	116 - Daniela Roșca
31 - Floare Tomuța	74 - Alexandra Ciupa	117 - Ioan Gavrea
32 - Mircea Dan Rus	75 - Mihaela Bercheșan	118 - Ioan Gavrea
33 - Mircea Dan Rus	76 - Mihaela Bercheșan	119 - Vasile Pop
34 - Mircea Dan Rus	77 - Mihaela Bercheșan	120 - Alexandru Mitrea
35 - Floare Tomuța	78 - Eugenia Duca	121 - Ovidiu Furdui
36 - Iuliu Crivei	79 - Mircea Ivan	122 - Ovidiu Furdui
37 - Viorica Mureșan	80 - Alexandra Ciupa	123 - Eugenia Duca
38 - Neculae Vornicescu	81 - Alexandru Mitrea	124 - Alina Sîntămărian
39 - Neculae Vornicescu	82 - Ioan Rașa	125 - Vasile Pop
40 - Alexandra Ciupa	83 - Ioan Rașa	126 - Mircea Ivan
41 - Vasile Pop	84 - Ioan Rașa	127 - Mircea Ivan
42 - Vasile Câmpian	85 - Ioan Rașa	128 - Eugenia Duca
43 - Ioan Gavrea	86 - Mircea Ivan	129 - Neculae Vornicescu

130 - Iuliu Crivei	190 - Nicolaie Lung	250 - Alexandru Mitrea
131 - Gheorghe Toader	191 - Iuliu Crivei	251 - Mircea Ivan
132 - Alexandra Ciupa	192 - Iuliu Crivei	252 - Ioan Gavrea
133 - Silvia Toader	193 - Daniela Roșca	253 - Dorian Popa
134 - Vasile Câmpian	194 - Vasile Miheșan	254 - Dorian Popa
135 - Daniela Inoan	195 - Vasile Miheșan	255 - Dorian Popa
136 - Dorian Popa	196 - Vasile Miheșan	256 - Dorian Popa
137 - Neculae Vornicescu	197 - Vasile Pop	257 - Dorian Popa
138 - Mircea Ivan	198 - Vasile Pop	258 - Dorian Popa
139 - Vasile Pop	199 - Vasile Pop	259 - Dorian Popa
140 - Mircea Ivan	200 - Vasile Pop	260 - Dorian Popa
141 - Daniela Inoan	201 - Silvia Toader	261 - Dorian Popa
142 - Dorian Popa	202 - Silvia Toader	262 - Dorian Popa
143 - Gheorghe Toader	203 - Silvia Toader	263 - Dorian Popa
144 - Viorica Mureșan	204 - Ioan Rașa	264 - Mircea Ivan
145 - Vasile Pop	205 - Ioan Rașa	265 - Mircea Ivan
146 - Floare Tomuța	206 - Ioan Rașa	266 - Mircea Ivan
147 - Vasile Miheșan	207 - Mircia Gurzău	267 - Mircea Ivan
148 - Ioan Gavrea	208 - Vasile Pop	268 - Vasile Pop
149 - Ioan Gavrea	209 - Vasile Pop	269 - Adela Novac
150 - Radu Peter	210 - Alexandru Mitrea	270 - Daniela Roșca
151 - Ioan Rașa	211 - Gheorghe Toader	271 - Ioan Rașa
152 - Vasile Pop	212 - Dorian Popa	272 - Maria Câmpian
153 - Vasile Pop	213 - Dorian Popa	273 - Maria Câmpian
154 - Neculae Vornicescu	214 - Dorian Popa	274 - Adela Novac
155 - Alexandru Mitrea	215 - Iuliu Crivei	275 - Maria Câmpian
156 - Alexandru Mitrea	216 - Iuliu Crivei	276 - Viorica Mureșan
157 - Floare Tomuța	217 - Daniela Inoan	277 - Daniela Roșca
158 - Daniela Roșca	218 - Dorian Popa	278 - Alexandra Ciupa
159 - Mircea Ivan	219 - Ioan Rașa	279 - Ioan Rașa
160 - Mircea Dan Rus	220 - Adela Novac	280 - Nicolaie Lung
161 - Mircea Dan Rus	221 - Adela Novac	281 - Alexandra Ciupa
162 - Alexandra Ciupa	222 - Dorian Popa	282 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian
163 - Vasile Miheșan	223 - Dorian Popa	283 - Ioan Rașa
164 - Ioan Rașa	224 - Dorian Popa	284 - Daria Dumitraș
165 - Vasile Pop	225 - Mircea Ivan	285 - Adela Capătă
166 - Floare Tomuța	226 - Nicolaie Lung	286 - Ioan Gavrea
167 - Alexandru Mitrea	227 - Nicolaie Lung	287 - Ioan Gavrea
168 - Alexandru Mitrea	228 - Nicolaie Lung	288 - Ioan Gavrea
169 - Alexandru Mitrea	229 - Constantin Todea	289 - Ioan Gavrea
170 - Alexandru Mitrea	230 - Vasile Pop	290 - Mircea Ivan
171 - Alexandru Mitrea	231 - Ioan Gavrea	291 - Alina Sîntămărian
172 - Alexandru Mitrea	232 - Vasile Pop	292 - Mircea Ivan
173 - Alexandru Mitrea	233 - Vasile Pop	293 - Neculae Vornicescu
174 - Alexandru Mitrea	234 - Vasile Pop	294 - Silvia Toader
175 - Alexandru Mitrea	235 - Mircea Rus	295 - Marius Birou
176 - Alexandru Mitrea	236 - Mircea Rus	296 - Alexandra Ciupa
177 - Alexandru Mitrea	237 - Mircea Rus	297 - Adrian Holhos
178 - Alexandru Mitrea	238 - Mircea Rus	298 - Adrian Holhos
179 - Dorian Popa	239 - Mircea Rus	299 - Ioan Rașa
180 - Dorian Popa	240 - Mircea Rus	300 - Eugenia Duca
181 - Dorian Popa	241 - Mircea Rus	301 - Mircea Ivan
182 - Dorian Popa	242 - Mircea Rus	302 - Adela Capătă
183 - Dorian Popa	243 - Mircea Rus	303 - Adela Capătă
184 - Vasile Pop	244 - Mircea Rus	304 - Viorica Mureșan
185 - Gheorghe Toader	245 - Mircea Rus	305 - Mircea Ivan
186 - Viorica Mureșan	246 - Mircea Rus	306 - Vasile Pop
187 - Viorica Mureșan	247 - Silvia Toader	307 - Mircea Ivan
188 - Daniela Roșca	248 - Silvia Toader	308 - Radu Peter
189 - Maria Câmpian	249 - Daniela Roșca	

309 - Adrian Holhoș	369 - Daniela Marian	427 - Daniela Marian
310 - Floare Tomuța	370 - Vasile Pop	428 - Neculae Vornicescu
311 - Floare Tomuța	371 - Mircea Ivan	429 - Mihaela Bercheșan
312 - Dorian Popa	372 - Mircea Ivan	430 - Mihaela Bercheșan
313 - Alexandra Ciupa	373 - Ioan Gavrea	431 - Mihaela Bercheșan
314 - Vasile Pop	374 - Neculae Vornicescu	432 - Alexandru Mitrea
315 - Radu Peter	375 - Mircea Ivan	433 - Adela Novac
316 - Radu Peter	376 - Mircea Ivan	434 - Daniela Roșca
317 - Alexandru Mitrea	377 - Mircea Ivan	435 - Silvia Toader
318 - Ovidiu Furdui	378 - Daniela Marian	436 - Gheorghe Toader
319 - Mircea Ivan	379 - Daniela Marian	437 - Silvia Toader
320 - Mircea Ivan	380 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	438 - Gheorghe Toader
321 - Mircea Ivan	381 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	439 - Mircia Gurzău
322 - Mircea Ivan		440 - Mircia Gurzău
323 - Mircea Ivan		441 - Vasile Miheșan
324 - Daniela Roșca	382 - Mircea Ivan	442 - Mircea Ivan
325 - Daniela Roșca	383 - Alexandra Ciupa	443 - Vasile Câmpian
326 - Lucia Blaga	384 - Alexandru Mitrea	444 - Dorian Popa
327 - Lucia Blaga	385 - Daniela Roșca	445 - Mircea Ivan
328 - Maria Câmpian	386 - Daniela Roșca	446 - Mircea Ivan
329 - Alexandra Ciupa	387 - Mircea Dan Rus	447 - Mircea Ivan
330 - Alexandra Ciupa	388 - Mircea Dan Rus	448 - Daniela Inoan
331 - Alexandra Ciupa	389 - Mircea Dan Rus	449 - Mircea Ivan
332 - Vasile Pop	390 - Dorian Popa	450 - Teodor Potra
333 - Maria Câmpian	391 - Ioan Gavrea	451 - Alexandru Mitrea
334 - Neculae Vornicescu	392 - Alexandru Mitrea	452 - Viorica Mureșan
335 - Daniela Inoan	393 - Mircea Ivan	453 - Daniela Marian
336 - Tania Lazar	394 - Dorian Popa	454 - Gheorghe Toader
337 - Tania Lazar	395 - Vasile Ile	455 - Ioan Rașa
338 - Daniela Inoan	396 - Alexandru Mitrea	456 - Rozica Moga
339 - Dorian Popa	397 - Lucia Blaga	457 - Alexandra Ciupa
340 - Vasile Pop	398 - Mircea Ivan	458 - Ovidiu Furdui
341 - Maria Câmpian	399 - Daniela Roșca	459 - Maria Câmpian
342 - Radu Peter	400 - Alexandru Mitrea	460 - Alexandru Mitrea
343 - Iuliu Crivei	401 - Gheorghe Toader	461 - Mircea Ivan
344 - Alexandra Ciupa	402 - Gheorghe Toader	462 - Rozica Moga
345 - Vasile Câmpian	403 - Mircea Dan Rus	463 - Rozica Moga
346 - Adrian Holhoș	404 - Mircea Dan Rus	464 - Alina Sîntămărian
347 - Alina-Ramona Baias	405 - Mircea Dan Rus	465 - Rozica Moga
348 - Adrian Holhoș	406 - Dorian Popa	466 - Nicolaie Lung
349 - Neculae Vornicescu	407 - Dorian Popa	467 - Maria Câmpian
350 - Mircea Ivan	408 - Dorian Popa	468 - Maria Câmpian
351 - Mircea Ivan	409 - Ioan Gavrea	469 - Neculae Vornicescu
352 - Mircea Ivan	410 - Ioan Gavrea	470 - Vasile Miheșan
353 - Mircea Dan Rus	411 - Alexandru Mitrea	471 - Viorica Mureșan
354 - Mircea Dan Rus	412 - Dalia Cîmpean	472 - Ovidiu Furdui
355 - Mircea Dan Rus	413 - Dorian Popa	473 - Viorica Mureșan
356 - Neculae Vornicescu	414 - Vasile Pop	474 - Mircea Ivan
357 - Neculae Vornicescu	415 - Vasile Pop	475 - Luminita Cotirla
358 - Daniela Roșca	416 - Vasile Pop	476 - Daniela Roșca
359 - Vasile Pop	417 - Neculae Vornicescu	477 - Ovidiu Furdui
360 - Alexandru Mitrea	418 - Iuliu Crivei	478 - Alina-Ramona Baias
361 - Dorian Popa	419 - Mircea Ivan	479 - Alina-Ramona Baias
362 - Tania Lazar	420 - Alexandru Mitrea	480 - Alina-Ramona Baias
363 - Adela Novac	421 - Ioan Rașa	481 - Ovidiu Furdui
364 - Adela Novac	422 - Vasile Pop	482 - Alexandru Mitrea
365 - Adela Novac	423 - Vasile Pop	483 - Alexandru Mitrea
366 - Mircea Ivan	424 - Mircia Gurzău	484 - Floare Tomuța
367 - Daniela Roșca	425 - Neculae Vornicescu	485 - Daniela Inoan
368 - Ioan Rașa	426 - Daniela Marian	486 - Daniela Inoan

487 - Daniela Inoan	543 - Ioan Rașa	601 - Vasile Pop
488 - Floare Tomuța	544 - Maria Câmpian	602 - Vasile Miheșan
489 - Maria Câmpian	545 - Maria Câmpian	603 - Maria Câmpian
490 - Iuliu Crivei	546 - Alexandra Ciupa	604 - Alexandru Mitrea
491 - Dorian Popa	547 - Vasile Miheșan	605 - Alexandru Mitrea
492 - Mircea Ivan	548 - Viorica Mureșan	606 - Alexandru Mitrea
493 - Ioan Gavrea	549 - Viorica Mureșan	607 - Vasile Miheșan
494 - Ioan Gavrea	550 - Teodor Potra	608 - Gheorghe Toader
495 - Mircea Ivan	551 - Silvia Toader	609 - Mircea Ivan
496 - Alexandru Mitrea	552 - Daria Dumitraș	610 - Alexandru Mitrea
497 - Alexandru Mitrea	553 - Vasile Pop	611 - Daria Dumitraș
498 - Vasile Miheșan	554 - Vasile Pop	612 - Radu Peter
499 - Vasile Miheșan	555 - Dorian Popa	613 - Mircea Ivan
500 - Dorian Popa	556 - Dorian Popa	614 - Vasile Miheșan
501 - Dorian Popa	557 - Mircia Gurzău	615 - Dorian Popa
502 - Alina Sîntămărian	558 - Mihaela Bercheșan	616 - Silvia Toader
503 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	559 - Mihaela Bercheșan	617 - Alina Sîntămărian
504 - Ovidiu Furdui & Alina Sîntămărian	560 - Mihaela Bercheșan	618 - Alexandru Mitrea
505 - Vasile Pop	561 - Alina-Ramona Baias	619 - Silvia Toader
506 - Ioan Gavrea	562 - Alina-Ramona Baias	620 - Viorica Mureșan
507 - Alexandra Ciupa	563 - Alina-Ramona Baias	621 - Mircea Ivan
508 - Liana Timboș	564 - Liana Timboș	622 - Maria Câmpian
509 - Liana Timboș	565 - Liana Timboș	623 - Alexandru Mitrea
510 - Liana Timboș	566 - Floare Tomuța	624 - Dorian Popa
511 - Vasile Pop	567 - Floare Tomuța	625 - Alexandru Mitrea
512 - Daniela Roșca	568 - Floare Tomuța	626 - Dorian Popa
513 - Alexandra Ciupa	569 - Daniela Inoan	627 - Dorian Popa
514 - Alexandra Ciupa	570 - Vasile Pop	628 - Daniela Inoan
515 - Mircia Gurzău	571 - Vasile Pop	629 - Daniela Inoan
516 - Daniela Marian	572 - Vasile Pop	630 - Daniela Inoan
517 - Daniela Marian	573 - Vasile Pop	631 - Daniela Inoan
518 - Nicolaie Lung	574 - Vasile Pop	632 - Vasile Miheșan
519 - Alexandru Mitrea	575 - Vasile Pop	633 - Vasile Miheșan
520 - Alexandru Mitrea	576 - Vasile Pop	634 - Alexandru Mitrea
521 - Alexandru Mitrea	577 - Rozica Moga	635 - Ioan Rașa
522 - Mircea Dan Rus	578 - Mircea Ivan	636 - Dalia Cîmpean
523 - Mircea Dan Rus	579 - Mircia Gurzău	637 - Dalia Cîmpean
524 - Mircea Dan Rus	580 - Mircea Dan Rus	638 - Dalia Cîmpean
525 - Mircea Dan Rus	581 - Mircea Dan Rus	639 - Marius Birou
526 - Ovidiu Furdui	582 - Mircea Dan Rus	640 - Marius Birou
527 - Ovidiu Furdui	583 - Viorica Mureșan	641 - Alexandru Mitrea
528 - Mircea Ivan	584 - Bogdan Gavrea	642 - Vasile Miheșan
529 - Mircea Ivan	585 - Bogdan Gavrea	643 - Alexandra Ciupa
530 - Mircea Ivan	586 - Ioan Gavrea	644 - Daria Dumitraș
531 - Mircea Ivan	587 - Ioan Gavrea	645 - Alina-Ramona Baias
532 - Mircea Ivan	588 - Vasile Miheșan	646 - Alina-Ramona Baias
533 - Mircea Ivan	589 - Adrian Holhoș	647 - Alina-Ramona Baias
534 - Mircea Ivan	590 - Alina Sîntămărian	648 - Ioan Gavrea
535 - Mircea Ivan	591 - Alina Sîntămărian	649 - Ioan Gavrea
536 - Mircea Ivan	592 - Marius Birou	650 - Ioan Gavrea
537 - Vasile Miheșan	593 - Maria Câmpian	651 - Daniela Inoan
538 - Mircea Ivan	594 - Floare Tomuța	652 - Daniela Inoan
539 - Mircea Ivan	595 - Vasile Miheșan	653 - Daniela Inoan
540 - Mircea Ivan	596 - Eugenia Duca	654 - Daria Dumitraș
541 - Mircea Ivan	597 - Vasile Câmpian	655 - Dorian Popa
542 - Vasile Câmpian	598 - Daniela Roșca	656 - Vasile Pop
	599 - Daniela Roșca	657 - Vasile Miheșan
	600 - Dorian Popa	658 - Eugenia Duca

Răspunsuri

1: C	31: C	61: A	91: B	121: A	151: C
2: C	32: C	62: A	92: D	122: B	152: C
3: D	33: D	63: C	93: A	123: C	153: C
4: C	34: B	64: B	94: B	124: B	154: C
5: D	35: C	65: B	95: B	125: B	155: B
6: A	36: D	66: C	96: A	126: D	156: D
7: B	37: C	67: A	97: D	127: B	157: D
8: C	38: B	68: B	98: C	128: A	158: D
9: B	39: C	69: C	99: D	129: C	159: C
10: C	40: B	70: D	100: A	130: C	160: C
11: D	41: D	71: C	101: C	131: A	161: D
12: B	42: C	72: C	102: B	132: A	162: B
13: C	43: C	73: E	103: D	133: B	163: D
14: C	44: D	74: C	104: B	134: C	164: D
15: B	45: C	75: A	105: C	135: D	165: C
16: D	46: C	76: B	106: E	136: D	166: B
17: A	47: B	77: D	107: B	137: C	167: B
18: B	48: E	78: E	108: A	138: C	168: A
19: B	49: D	79: E	109: A	139: D	169: B
20: E	50: C	80: D	110: B	140: B	170: D
21: B	51: D	81: C	111: C	141: A	171: A
22: A	52: A	82: A	112: C	142: D	172: D
23: E	53: C	83: B	113: E	143: C	173: D
24: B	54: B	84: A	114: B	144: E	174: C
25: B	55: A	85: D	115: B	145: C	175: D
26: C	56: E	86: E	116: E	146: E	176: B
27: B	57: B	87: B	117: E	147: D	177: A
28: C	58: B	88: E	118: C	148: A	178: E
29: D	59: C	89: E	119: C	149: A	179: C
30: A	60: D	90: D	120: B	150: A	180: A

181: B	225: A	269: B	313: E	357: B	401: C
182: C	226: B	270: D	314: D	358: C	402: A
183: D	227: A	271: C	315: A	359: A	403: D
184: C	228: B	272: C	316: C	360: E	404: E
185: C	229: E	273: D	317: E	361: A	405: B
186: C	230: A	274: E	318: B	362: B	406: C
187: C	231: B	275: B	319: B	363: C	407: B
188: A	232: E	276: D	320: E	364: D	408: B
189: C	233: D	277: A	321: C	365: E	409: D
190: C	234: B	278: D	322: E	366: B	410: C
191: C	235: A	279: D	323: A	367: E	411: E
192: B	236: E	280: B	324: E	368: E	412: D
193: E	237: C	281: A	325: D	369: A	413: B
194: E	238: A	282: A	326: B	370: E	414: C
195: D	239: B	283: B	327: A	371: C	415: A
196: B	240: D	284: C	328: C	372: B	416: A
197: D	241: A	285: A	329: B	373: C	417: B
198: E	242: C	286: B	330: C	374: E	418: A
199: C	243: D	287: A	331: D	375: D	419: A
200: C	244: A	288: A	332: E	376: B	420: B
201: B	245: B	289: A	333: D	377: A	421: B
202: D	246: C	290: A	334: D	378: A	422: D
203: A	247: A	291: B	335: A	379: A	423: D
204: B	248: C	292: B	336: D	380: A	424: B
205: B	249: A	293: B	337: B	381: A	425: C
206: B	250: D	294: D	338: B	382: C	426: A
207: C	251: E	295: C	339: A	383: C	427: A
208: C	252: B	296: C	340: E	384: A	428: C
209: D	253: D	297: A	341: C	385: B	429: C
210: B	254: B	298: C	342: B	386: D	430: E
211: C	255: B	299: E	343: D	387: B	431: E
212: D	256: E	300: E	344: A	388: A	432: D
213: D	257: A	301: D	345: B	389: C	433: B
214: B	258: C	302: B	346: A	390: C	434: E
215: B	259: A	303: E	347: A	391: D	435: E
216: A	260: A	304: E	348: A	392: B	436: D
217: B	261: A	305: A	349: E	393: E	437: A
218: D	262: B	306: C	350: E	394: E	438: C
219: A	263: A	307: E	351: D	395: A	439: B
220: A	264: E	308: E	352: B	396: B	440: B
221: B	265: A	309: C	353: C	397: D	441: D
222: B	266: A	310: A	354: E	398: C	442: E
223: B	267: A	311: B	355: B	399: C	443: E
224: E	268: D	312: E	356: B	400: E	444: B

445: D	489: D	533: C	577: E	621: E	665: D
446: A	490: B	534: B	578: D	622: B	666: A
447: C	491: A	535: E	579: D	623: D	667: B
448: B	492: B	536:	580: D	624: E	668: A
449: C	493: C	537:	581: A	625: D	669: B
450: E	494: B	538:	582: C	626: B	670: D
451: C	495: A	539:	583: D	627: E	671: E
452: C	496: E	540:	584: D	628: A	672: A
453: A	497: D	541:	585: D	629: B	673: D
454: A	498: C	542: C	586: B	630: A	674: E
455: A	499: B	543: A	587: C	631: C	675: A
456: B	500: A	544: D	588: A	632: C	676: B
457: C	501: E	545: E	589: B	633: B	677: C
458: A	502: A	546: A	590: A	634: B	678: B
459: C	503: A	547: C	591: C	635: D	679: A
460: D	504: A	548: A	592: C	636: D	680: B
461: B	505: E	549: D	593: D	637: B	681: D
462: A	506: A	550: A	594: E	638: A	682: B
463: E	507: A	551: A	595: B	639: D	683: C
464: A	508: A	552: D	596: C	640: A	684: D
465: A	509: B	553: B	597: C	641: D	685: E
466: B	510: C	554: A	598: B	642: C	686: A
467: D	511: C	555: B	599: E	643: E	687: D
468: A	512: D	556: D	600: B	644: A	688: C
469: A	513: B	557: C	601: D	645: B	689: B
470: A	514: B	558: D	602: D	646: D	690: E
471: D	515: C	559: B	603: C	647: C	691: D
472: D	516: A	560: C	604: A	648: B	692: E
473: B	517: B	561: A	605: A	649: A	693: A
474: A	518: D	562: B	606: C	650: B	694: B
475: A	519: B	563: B	607: B	651: C	695: A
476: B	520: C	564: A	608: E	652: A	696: D
477: C	521: D	565: B	609: A	653: D	697: A
478: A	522: B	566: D	610: D	654: B	698: B
479: C	523: D	567: B	611: C	655: D	699: D
480: D	524: A	568: D	612: B	656: E	700: E
481: B	525: C	569: A	613: A	657: D	701: C
482: A	526: C	570: A	614: E	658: B	702: E
483: C	527: C	571: A	615: B	659: A	703: C
484: B	528: A	572: B	616: C	660: B	704: D
485: E	529: E	573: E	617: A	661: B	705: E
486: A	530: C	574: A	618: D	662: C	706: A
487: B	531: E	575: C	619: E	663: A	707: E
488: C	532: B	576: D	620: C	664: E	708: A

709: C	726: D	743: D	760: C	777: C	794: C
710: A	727: E	744: C	761: D	778: A	795: E
711: C	728: A	745: B	762: A	779: A	796: D
712: B	729: E	746: D	763: B	780: B	797: E
713: C	730: A	747: C	764: C	781: A	798: A
714: D	731: B	748: A	765: D	782: E	799: B
715: B	732: C	749: D	766: E	783: A	800: C
716: D	733: D	750: C	767: B	784: B	801: D
717: B	734: B	751: D	768: C	785: D	802: C
718: C	735: A	752: E	769: E	786: E	803: D
719: E	736: C	753: B	770: B	787: B	804: A
720: B	737: B	754: C	771: E	788: C	805: D
721: A	738: C	755: E	772: A	789: B	806: C
722: C	739: D	756: D	773: B	790: E	807: D
723: B	740: E	757: E	774: A	791: A	808: C
724: A	741: D	758: A	775: B	792: B	
725: E	742: E	759: D	776: A	793: E	

* * *

- 2** $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1)$.
- 3** Se obține ecuația $2(x^3 + 1) = 0$.
- 6** $f(1) = 0 \Rightarrow a + b = -2, f'(1) = 0 \Rightarrow 99a + b = -100 \Rightarrow a = -1; b = -1$.
- 7** $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ este rădăcina polinomului $X^2 + X + 1$ și $\omega^3 = 1$. Din $f(\omega) = 0 \Rightarrow a = -1; b = -1$.
- 8** $f = (X - 1)^2(X + 1) \cdot q + X^2 + X + 1$. Avem că $f(1) = 3, f(-1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ iar din $f'(1) = 3 \Rightarrow 99a + b = -97$, deci $a = -1; b = 2$.
- 16** Coordonatele vârfului unei parabole sunt $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}, y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$. Se observă relația $y_V = -x_V$.
- 24** Ecuație echivalentă cu $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1), \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$.
- 26** $1+x > 0, x \neq 0, 2x^3 + 2x^2 - 3x + 1 > 0$. Ecuația se mai scrie $2x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = (1+x)^3$.
- 28** Din $(a + b + c)^2 \geq 0$ rezultă $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. $a = 1/\sqrt{2}, b = -1/\sqrt{2}, c = 0$.
- 39** Ambele polinoame se divid cu $x^2 + x + 1$, iar primul nu se divide cu $x - 1$.
- 52** Se calculează mai întâi AA^t iar apoi determinantul acestei matrici,
 $x_1 + x_2 + x_3 = 0, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m, x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3n, x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 2m^2$.
- 75** Se verifică ușor faptul ca $A \in P_1$ și $B \in P_1$. Pe de altă parte, $A \in P_2$ și $B \in P_2$ este echivalent cu
- $$\begin{cases} 5 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \\ m = -2. \end{cases}$$
- Prin urmare, $m = -2$ și $n = 9$ este soluția.
- 76** Se observă că $C \in P_1$. Punem condiția ca $C \in P_2$ și obținem relația $10m + 3n = 19$. Pentru că parabolele nu sunt tangente, ecuația

$$(m - 1)x^2 + (4m + n - 5)x + 5m + 2n - 4 = x^2 + 5x + 4$$

este de gradul I și atunci $m = 2$. Din relația $10m + 3n = 19$, rezultă $n = -\frac{1}{3}$. Prin urmare, soluția este $m = 2$ și $n = -\frac{1}{3}$.

77 Din faptul că $T \in P_2$ rezultă că $m = -2$. Dacă parabolele sunt tangente, ecuația $-4x^2 + (n - 17)x + 2n - 18 = 0$ are rădăcină dublă și din condiția $\Delta = 0$ obținem $n = 1$. Soluția este $m = -2$ și $n = 1$.

94 Notăm $y = 2^x + 2^{-x}$. Ecuația devine $8y^2 - 54y + 85 = 0$, cu soluțiile $y_1 = \frac{17}{4}$, $y_2 = \frac{5}{2}$. Soluțiile ecuației date sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

99 Pentru ca $f(x)$ să fie surjectivă trebuie ca $m > 0$ și $2m - 1 \leq 1 + m \Rightarrow m \in (0, 2]$.

100 Se obține ecuația $(x + \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = a + \frac{1}{2}$.

123

$$\begin{aligned}x_1^2 &= 2 + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} \\x_1^4 &= 12 + 4(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) \\x_1^4 - mx_1^2 - 4 &= 8 - 2m + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) \\x_1^4 - mx_1^2 - 5 &= 0 \Leftrightarrow \\2(4 - m) + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) &= 0 \Rightarrow m = 4.\end{aligned}$$

157 Suma coeficienților unui polinom este valoarea sa pentru $x = 1$.

173 $\det(A) = V(1, -i, -1, i)$ și $A^4 = 16I_4$.

178 Fie a, b, c, d elementele matricei X . Se consideră situațiile:
 $a + d = \text{Tr}(X) \neq 2$ și $a + d = 2$.

179 $\text{rang}(A \cdot B) \leq \min(\text{rang}(A), \text{rang}(B))$.

217 Se scriu toți logaritmi în baza x .

229 Avem: $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$, $\alpha^3 = 1$, $\alpha^2 = -\alpha - 1$, $\alpha^2 = \frac{1}{\alpha}$.
Deducem: $\det(I_2 + \alpha A + \alpha^2 A^2) = \det(I_2 + \alpha A - \alpha A^2 - A^2)$
 $= \det((I_2 - A)(I_2 + A) + \alpha A(I_2 - A)) = \det((I_2 - A)(I_2 + (\alpha + 1)A))$
 $= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - \alpha^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det(\frac{\alpha I_2 - A}{\alpha}) = 1$.
(Un exemplu de astfel de matrice $A \neq O_2$ este $A = (1 + \alpha)I_2$.)

230 Avem $A^2 - (a + d)A + I_2 \det(A) = O_2$. Deducem: $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a + d)^{n-1}A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$.

234 $f : (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{1+x}$ izomorfism de la $((-1, 1), *)$ la $((0, \infty), \cdot)$.
 $\prod_{k=2}^n f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$; $f^{-1}(\frac{2}{n+n^2}) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$.

237 Este suficient ca dintre cele două submulțimi să se precizeze doar aceea care îl conține pe 8 (cealaltă submulțime va fi complementară). Această submulțime se poate obține reunind cu $\{8\}$ oricare submulțime a mulțimii $A' = \{1, 2, \dots, 7\}$ însă exceptând-o pe A' (în acest caz, ar rezulta că submulțimea obținută este chiar A , deci cea de a doua submulțime ar fi vidă). Sunt $2^7 - 1$ submulțimi ale mulțimii A' , excluzînd-o pe ea însăși.

238 Și în acest caz, este suficient să precizăm doar una dintre submulțimi (spre exemplu, pe aceea care îl conține pe 8). Pentru a completa submulțimea, mai rămân de ales oricare 3 elemente din $A' = \{1, 2, \dots, 7\}$.

240 Este suficient să se elimine din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin niciun număr impar (în număr de 2^4).

241 Similar cu problema anterioară, se elimină din cele 2^8 submulțimi ale lui A pe cele care nu conțin numere pare (2^4 submulțimi) și pe cele care nu conțin numere impare (tot 2^4). Deoarece mulțimea vidă (este singura submulțime care) se elimină de două ori, răspunsul trebuie ajustat adunând înapoi 1. Rezultă răspunsul $2^8 - 2^4 - 2^4 + 1$.

242 Orice distribuție a bilelor în cutii este o funcție de la mulțimea bilelor la mulțimea cutiilor.

243 Similar cu punctul anterior, cu deosebirea că se mai introduce o cutie pentru bilele care ar putea rămâne nedistribuite.

254 $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$, deci șirul este crescător. Rezultă că șirul are o limită L , finită sau infinită. Dacă presupunem că L este finită, avem $L = L + 2/L$, deci $2/L = 0$, fals. Prin urmare $L = \infty$. Conform Lemei Stolz-Cesaro avem $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n^2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{n+1}^2 - x_n^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$. Rezultă $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$.

256 $f(x_n) := x_{n+1} - x_n = e^{x_n} - x_n - 1 \geq 0, \forall n \geq 0$, deci șirul este crescător.

257 Cum șirul este crescător rezultă că există $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \in \overline{\mathbb{R}}$. Dacă presupunem că $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x, x \in \mathbb{R}$, din recurență obținem $x = e^x - 1$, de unde $x = 0$ contradicție cu $x_0 > 0$ și monotonia lui $(x_n)_{n \geq 0}$. Deci $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$.

258 Pentru $x_0 \leq 0$, șirul este crescător și mărginit superior de 0.

259 $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\frac{1}{x_n}}$ și se aplică Stolz-Cesaro.

260 $x_{100} = 1 \Rightarrow x_{99} \in \{0, 1\}$. $x_{99} = 0$ nu convine, etc.

261 $x_{n+1} - x_n = (x_n - 1)^2, n \geq 1$ deci șirul este crescător. Dacă presupunem că există $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = l, l \in \mathbb{R}$, obținem $l = l^2 - l + 1$, deci $l = 1$. Dacă $x_0 < 0$ sau $x_0 > 1$ obținem $x_n > 1, \forall n \geq 1$. Dacă $x_0 \in [0, 1]$, obținem $x_n \in [0, 1], \forall n \geq 1$. Deci șirul este convergent pentru $x_0 \in [0, 1]$ și are limita $l = 1$.

262 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1). \prod_{k=1}^n x_k = \frac{x_{n+1} - 1}{x_1 - 1}$

263 $x_{n+1} - 1 = x_n(x_n - 1). \frac{1}{x_n} = \frac{1}{x_n - 1} - \frac{1}{x_{n+1} - 1}; \sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} = \frac{1}{x_1 - 1} - \frac{1}{x_{n+1} - 1}$

264 Mai general, fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție strict crescătoare și strict convexă astfel încât există $a < b$ pentru care $f(a) = a, f(b) = b$. Atunci șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin relația de recurență $x_{n+1} = f(x_n)$ converge spre a dacă și numai dacă $x_0 \in (-\infty, b)$.

267 Vezi problema 536.

277 $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k+k}\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$.

278 $\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+2^k} - \frac{1}{1+2^{k+1}} \right).$

282 Se observă că $k! \cdot (k^2 + 1) = (k + 2)! - 3(k + 1)! + 2k!$.

285 Se scade $2n\pi$ la argumentul funcției cosinus.

287 Se pot folosi, de exemplu, inegalitățile $n \leq a_n \leq n + 1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

288 $n \leq a_n \leq n + 1$ și Stolz-Cesaro

289 $a_n \leq n + 1$ și Stolz-Cesaro

290 Se aplică Problema 536.

296 $p_n = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}.$

303 Se va folosi $x - 1 < [x] \leq x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

304
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \dots + a^{\frac{n}{n}} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} \ln a + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + a^{-\frac{n}{2}} + \dots + a^{-n+1})}{n} = \ln a.$$

305 Se folosește $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$. Aceeași rezolvare dacă în loc de $(\sin n)$ se consideră un șir mărginit oarecare.

309 $x_n = [n \lg_3 2 + \lg_3 2008].$

315 $x_{2n} = y_n + \frac{1}{4}x_n.$

320 Se scrie:

$$x - \overbrace{\sin(\sin(\dots(\sin x)\dots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}} = (x - \sin x) + \left(\frac{\overbrace{\sin x - \sin(\sin(\dots(\sin x)\dots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{(\sin x)^3} \right) \cdot (\sin x)^3.$$

$$L_n = \frac{1}{6} + L_{n-1}; L_n = \frac{n}{6}.$$

335 Se pune $t = \frac{1}{x}$ și apoi se aplică regula lui L'Hospital:

$$\lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} \frac{(1+t)^{\frac{1}{t}} - e}{t} = \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} (1+t)^{\frac{1}{t}} \left[\frac{1}{t(t+1)} - \frac{\ln(1+t)}{t^2} \right] = e \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t > 0}} \frac{t - (t+1) \ln(t+1)}{t^3 + t^2} = -\frac{e}{2}.$$

338 Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

346 Se folosește limita $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$.

348 $|1/a| < 1$ și $(1/a)^n \rightarrow 0$.

361 Se scrie ecuația sub forma $x e^{-\frac{2}{x-1}} = m$ și se aplică șirul lui Rolle.

372 Pentru $b \neq 0$ se consideră $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} \frac{x+b}{1-xb}$, $x \neq 1/b$. Se obține $f'(x) = 0$.

379 f surjectiva $\Leftrightarrow f([-2, 1]) = M$, deci $M = [0, 4]$, studiind graficul funcției.

381 Avem $g'(x) = f'(f(f(x))) \cdot f'(f(x)) \cdot f'(x)$.

384 $f'(0) = \sqrt[5]{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}{x^5}}$.

427 $f'(x) = 0$ deci f este constantă pe fiecare din intervalele din domeniu.

429 Tinând cont de domeniile funcțiilor care intervin în definiția funcției f avem: $|\frac{2x}{1+x^2}| \leq 1$ și $|x| \in \mathbb{R}$ ceea ce este echivalent cu $x \in \mathbb{R}$.

430 Calculăm derivata funcției f și obținem

$$f'(x) := \begin{cases} \frac{-2}{1+x^2}, & x \in (-\infty, -1); \\ 0, & x \in (-1, 0) \cup (1, \infty); \\ \frac{2}{1+x^2}, & x \in (0, 1). \end{cases}$$

Prin urmare, pe intervalul $[1, \infty)$ funcția este constanta, deci $f(\pi) = f(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$.

431 $f'(x) < 0$ pentru orice $x \in (-\infty, -1)$.

448 Substituție $t = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$.

451 $x - 1 = t$; se obține $\int_{-1}^1 f(t)dt$ unde $f(t) = \frac{2t^3+3t}{(t^2+4)^n}$ este funcție impară.

452

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2} dx = 2 \int_0^1 \frac{x^2+1-x^2}{(1+x^2)^2} dx.$$

453 Facem schimbarea de variabilă $x = 3 - t$.

454 Schimbare de variabilă $\sqrt{x+1} = t$.

456 $P(n) = n^5 - (n-1)^5, n \geq 2$.

478 Se folosește substituția $u = \operatorname{tg} x$.

480 Se folosește relația $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$ și se aplică problema 478.

482 $L(0) = 1$ și $L(a) = \frac{1}{a}(e^a - 1)$ pentru $a > 0$.

483 Limita este $\int_0^1 x^2 \arcsin x dx$.

484 Se integrează prin părți, după ce s-a utilizat formula $2 \cos^2 x = 1 + \cos 2x$.

487 Avem $f(a) = \begin{cases} \frac{1}{2} - a, & a \leq 0, \\ \frac{1}{2} - a + a^2, & 0 < a < 1, \\ -\frac{1}{2} + a, & a \geq 1. \end{cases}$

491 $\arcsin(\sin x) = x$, dacă $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\arcsin(\sin x) = \pi - x$,
dacă $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$.

502 Avem

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} dx &= \int_1^2 \frac{1}{e^x} dx - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} dx - \int_1^2 \frac{2}{x^3 e^x} dx = \\ &= -\frac{1}{e^x} \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} dx + \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2}\right)' \frac{1}{e^x} dx. \end{aligned}$$

504 $I + J = \int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$ și $J - I = \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx = \ln 2$.

506 $a_{n+1} - a_n = \int_{a_n}^{a_{n+1}} e^{-x^2} dx = (a_{n+1} - a_n)e^{-c^2}$.

507 Dacă $G(x) = \int_0^x e^{t^3} dt$, $G'(x) = e^{x^3}$, $F(x^2) = G(x^2)$, $F'(x) = e^{x^6} 2x$.

508 $f_1(x) = \int_0^{x^2} t \cdot e^t dt = e^t(t-1) \Big|_0^{x^2} = e^{x^2}(x^2-1) + 1$.

509 $f'_n(x) = (F(x^2) - F(0))' = 2x \cdot F'(x^2) = 2x(x^2)^n e^{x^2} = 2x^{2n+1} e^{x^2}$, pentru $n = 1$ se obține $f'_n(1) = 2e$.

510 $0 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 t^n \cdot e^t dt \leq \lim_{n \rightarrow \infty} e \int_0^1 t^n dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e}{n+1} = 0$.

512 $nx - 1 \leq [nx] \leq nx$

515 Schimbare de variabilă $x = \pi - t$.

517 $I = \int_0^\pi x f(\sin x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi x f(\sin x) dx$. Facem schimbarea de variabilă $x = \pi - y$ în a doua integrală și obținem $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - y) f(\sin y) dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x) dx$. Pentru calcularea integralei I_1 aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus și avem $I_1 = \int_0^\pi \frac{x \sin x dx}{1 + \sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{1 + \sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{2 - \cos^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x dx}{\cos^2 x - 2} = \pi \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\cos x - \sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}} \right| \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(3 + 2\sqrt{2})$.

525 Deoarece $f(0) = -1$, rezultă că $g(-1) = 0$ și, deci, $g'(-1) = \frac{1}{f'(0)}$. Prin schimbarea de variabilă $x = f(y)$, se obține $\int_{-1}^{1-1/e} g(x) dx = \int_0^1 y f'(y) dy = y f(y) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(y) dy$.

526 Fie $I_n = \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n} dx$. Avem că

$$I_n \leq \int_0^{1/2} \sqrt[n]{(1-x)^n + (1-x)^n} dx + \int_{1/2}^1 \sqrt[n]{x^n + x^n} dx = \frac{3}{4} \sqrt[n]{2}.$$

$$I_n \geq \int_0^{1/2} (1-x) dx + \int_{1/2}^1 x dx = \frac{3}{4}.$$

527

$$\frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{nx}) dx - \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(e^{nx}) dx = \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{-nx}) dx \leq \frac{\ln 2}{n}.$$

531 Se folosește substituția $x + e^x = y$ și problema 538.

532 Schimbare de variabilă $x = 3/t$.

533 Schimbare de variabilă $x = (2 - t)/(1 + 2t)$.

534 Se folosește egalitatea $\arctg x + \arctg \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$, $x > 0$.

535 Se folosește periodicitatea funcției de integrat și egalitatea $\int_0^\pi \frac{1}{1+n^2 \cos^2 x} dx = \frac{\pi}{\sqrt{1+n^2}}$.

536 Mai general, fie $x_n, a_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$, astfel ca $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{a_n} = \infty$ și

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{a_n} < 1.$$

Să demonstrăm că $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$. Fie $0 < q < 1$ și $p \in \mathbb{N}$ astfel ca

$$\left(\frac{x_{n+1}}{x_n} \right)^{a_n} < q, \quad n \geq p.$$

Rezultă

$$x_{n+1} < x_p q^{\frac{1}{a_p} + \dots + \frac{1}{a_n}}, \quad n \geq p,$$

de unde $x_n \rightarrow 0$.

537 $x = a + b - t$.

$$\begin{aligned} \text{540} \quad \int_0^1 f(nx) dx &= \frac{1}{n} \int_0^n f(x) dx = \frac{1}{n} \int_0^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor + T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) dx = \frac{1}{n} \int_0^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor} f(x) dx \\ &+ \frac{1}{n} \int_{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor}^{T \lfloor \frac{n}{T} \rfloor + T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) dx = \frac{\lfloor \frac{n}{T} \rfloor}{n} \int_0^T f(x) dx + \frac{1}{n} \int_0^{T \{ \frac{n}{T} \}} f(x) dx \rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T f(x) dx + 0. \end{aligned}$$

558 Panta dreptei AB este $m_{AB} = 1$ iar panta perpendicularei pe ea, este $m = -1$. Ecuația perpendicularei, scrisă prin punctul C , este: $x + y - 8 = 0$. Ecuația dreptei AB este $x - y + 1 = 0$. Intersectând cele două drepte, obținem proiecția punctului C pe dreapta AB , punctul $P(\frac{7}{2}, \frac{15}{4})$. Urmează că simetricul punctului C față de dreapta AB este $C'(1, 7)$.

559 Suma $DM + MC$ este minimă dacă punctul M este la intersecția dreptelor DC' și AB . Ecuația dreptei DC' este $x = 1$, prin urmare, rezultă $M(1, 2)$.

560 Fie punctul $M(x, x + 1) \in AB$. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = DM^2 + MC^2$, adică $f(x) = (x - 1)^2 + (x + 1 - 1)^2 + (6 - x)^2 + (2 - x - 1)^2$, sau $f(x) = 4 \cdot x^2 - 16 \cdot x + 38$. Funcția f își atinge minimumul pentru $x = 2$. Obținem $M(2, 3)$.

564 $A(-4, 1) \notin d : 3x - y - 2 = 0$, $d(A, BD) = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow BD = 3\sqrt{10} \Rightarrow l = 3\sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{A} = 45$.

565 C este simetricul punctului A față de d , $AC \perp d \Rightarrow AC : x + 3y + 1 = 0$, $AC \cap d = \{M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$, M este mijlocul $[AC] \Rightarrow C(5, -2)$.

574 $\vec{MG} = \frac{\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}}{3} = \vec{0} \Rightarrow M = G$.

575 $\vec{NI} = \frac{a\vec{NA} + b\vec{NB} + c\vec{NC}}{a+b+c} = \vec{0} \Rightarrow N = I$.

576 $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0} \implies P = O.$

605 $(\sin x)^2 (\sin 2x)^2 \dots (\sin nx)^2 = 1; (\sin x)^2 = 1, (\sin 2x)^2 = 1$

611 Ecuația se scrie $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$

644 $E = \cos 4\alpha + i \sin 4\alpha, \sin 4\alpha = 0 \implies 4\alpha = k\pi.$

647 Se folosește reprezentarea geometrică a numerelor complexe.

653 $\cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}, k = 1, \dots, n$ sunt rădăcinile complexe ale ecuației $z^n - 1 = 0$; se folosesc relațiile lui Viète.

654 $\sqrt{3} - i = 2 (\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}); -1 + i\sqrt{3} = 2 (\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}).$

660 Se rezolvă ecuația $f(x) = 8.$

662 $1 + a + a^2 = 0, 1 + a = -a^2$ și analog $1 + \bar{a} = -\bar{a}^2.$

663 Determinantul sistemului este diferit de zero.

664 Se pune condiția ca determinantul sistemului și determinantul caracteristic al sistemului să fie egale cu zero.

665 $(x * y) * z = x * (y * z) \iff (a^2 - a)(x - z) = 0, \forall x, y, z \in \mathbb{R}.$

666 $x * y \in [0, 1], \forall x, y \in [0, 1] \iff 0 * 0 \in [0, 1], 0 * 1 \in [0, 1], 1 * 1 \in [0, 1],$ de unde $0 \leq a \leq 1$ și $0 \leq 2a - 1 \leq 1.$

667 Avem două legi asociative, pentru $a \in \{0, 1\}$:
 $a = 0, x * y = -xy, e = -1, x' = -1/x,$ deci $b = 0$;
 $a = 1, x * y = x + y - xy, e = 0, x' = x/(x - 1),$ deci $b = 1.$

669 Avem $\det(X) = 0,$ deci $X^2 = (\text{tr}(X)) X.$

670 $P(1) = 0$ și $P'(1) = 0.$

672 $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x)) dx = \int_{-\pi}^{\pi} \arcsin(\sin(2x)) dx = 0.$

673 $\int_{-1}^1 \frac{2x + 2}{x^2 + 1} dx = \int_{-1}^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx + 2 \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx.$

674 $I_n = \int_0^1 \arctg x \cdot \cos(nx) dx = \int_0^1 \arctg x \cdot \left(\frac{\sin(nx)}{n}\right)' dx$ apoi se integrează prin părți.

675 Se studiază derivabilitatea în -2 și $2.$

676 -2 și 2 sunt puncte de întoarcere, iar 0 este punct de maxim local.

677 Asimptotele sunt $y = x$ și $y = -x.$

680 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{\sin x}{x}}{1 + \frac{\sin x}{x}} = \frac{1-0}{1+0} = 1.$

681 $\left(\frac{(3+n)!}{n!n^3}\right)^n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n \rightarrow e^1 e^2 e^3 = e^6.$

682 Folosim $\lim_{x \rightarrow +0} x^x = 1$. Avem:

$$\lim_{x \rightarrow +0} ((1+x)^x - 1)^x = \lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{e^{x \ln(1+x)} - 1}{x \ln(1+x)}\right)^x x^x \left(\frac{\ln(1+x)}{x}\right)^x x^x = 1.$$

687 $f(x) = -\cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 5 - (2 - \cos x)^2$, $\cos x \in [-1, 1]$.

688 $\max f(x) = 4$, $\min f(x) = -4$, deci $m \in [-4, 4]$.